محاسبه ضرایب ظرفیت باربری لرزه‌ای پی‌های نواری با روش مشخصه‌های تنش

امین کشاورز، استادیار، گروه مهندسی عمران، دانشکده مهندسی، دانشگاه خلیج فارس، بوشهر
مجتبی جهان‌اندیش، دانشیار، بخش مهندسی عمران، دانشگاه شیراز، شیراز

چکیده

تعیین ظرفیت باربری پی‌های نواری یکی از مسائل کلاسیک مهندسی ژئوتکنیک می‌باشد. در این مقاله، ظرفیت باربری پی‌های سطحی نواری با روش مشخصه‌های تنش ارزیابی شده است. برای این منظور معادلات تعادل تنش روی خطوط مشخصه با استفاده از روش تفاضل حدی حل شدند. اثرات زلزله به صورت ضرایب شبه‌استاتیکی افقی و قائم به مسئله اعمال شده است. برای تعیین ظرفیت باربری بر اساس روش مشخصه‌های تنش، برنامه‌ای نوشته شد که قادر است با گرفتن پارامترهای ورودی، ظرفیت باربری پی را محاسبه نماید. برای تعیین ضرایب ظرفیت باربری از جمع آثار قوا استفاده شده است و ضرایب ظرفیت باربری چسبندگی، وزن و سربار محاسبه شده است. نمودارهای طراحی برای تعیین این ضرایب نیز ارائه شده است. ضرایب ظرفیت باربری ناشی از سربار و چسبندگی را می‌توان بدون استفاده از برنامه و با بهره‌برداری از معادلات ارائه شده، به دست آورد.

کلیدواژه‌ها: ضرایب ظرفیت باربری، پی‌های نواری، روش مشخصه‌های تنش، ضرایب شبه‌استاتیکی

۱- مقدمه

در طراحی پی‌های سطحی، دو عامل معمولاً در نظر گرفته می‌شود، یکی نشست پی و دیگری ظرفیت باربری پی می‌باشد. محاسبه ظرفیت باربری پی‌های سطحی یکی از چالش‌های مهندسین ژئوتکنیک می‌باشد. برای تعیین ظرفیت باربری روشهای متعددی توسط محققین مختلف ارائه شده است که در ادامه به اختصار توضیح داده خواهند شد.

روش تعادل حدی[1] مرسوم‌ترین روش تحلیل در مهندسی ژئوتکنیک است [۱]. در این روش ابتدا یک سطح لغزش فرض می‌شود. سپس برای به‌دست آوردن بار حدی نهایی، معادلات تعادل استاتیکی حل می‌شوند. مشکل عمده این روش، انتخاب و یا به دست آوردن، بحرانی‌ترین سطح لغزش است. مشاهدات آزمایشگاهی یا صحرایی به تخمین بهتر سطح لغزش کمک می‌کنند. معادلات تعادل معمولاً به روشهای محدودی ارضاء می‌شوند. مثلاً ممکن است فقط تعادل نیروها ارضاء شده و تعادل لنگرها ارضاء نشوند. حل مسأله با سعی و خطا انجام می‌شود. یعنی سطوح لغزش بسیاری تحلیل می‌شوند تا سطح لغزش بحرانی به دست آید. روشهای مختلفی نیز برای بهینه‌سازی سطح لغزش توسط محققین به کار رفته است. این روش بیشتر در مورد تحلیل پایداری شیبهای خاکی استفاده می‌شود و توسط محققین بسیاری برای تحلیل ظرفیت باربری پی‌ها نیز به کار رفته است.

روش تحلیل حدی[2] یکی دیگر از روشهای تحلیل می‌باشد. این روش دارای دو قضیه حد بالا و حد پایین می‌باشد که دامنه جوابهای مسأله را تعیین می‌کنند. جواب واقعی مسأله بین حد بالا و حد پایین قرار خواهد گرفت. در این روش، با استفاده از ارتباط تنش- کرنش ایده‌آل و استفاده از معیار گسیختگی، ظرفیت باربری نهایی پی محاسبه می‌شود. مفهوم قضیه حد پایین این است که اگر یک توزیع تنش در تمام توده خاک پیدا شود که با بارهای خارجی در تعادل باشد و هیچ جا معیار گسیختگی را نقض نکند، آن‌گاه بارهای خارجی مساوی یا کمتر از بار گسیختگی واقعی است. قضیه حد بالا بیانگر این است که اگر برای یک سطح لغزش فرضی، یک بار گسیختگی با برابر قرار دادن اتلاف انرژی داخلی با کار نیروهای خارجی پیدا شود، آن‌گاه بار گسیختگی مساوی یا بزرگتر از بار گسیختگی واقعی است.

روش دیگر تحلیل مسائل، استفاده از روشهای عددی است. روشهای تفاضل محدود[3] و اجزای محدود[4] از جمله روشهای مرسوم عددی در مهندسی ژئوتکنیک می‌باشند. مدل‌های رفتاری خاک، قلب روشهای عددی می‌باشند. این مدل‌ها، ارتباط تنش- کرنش یا ارتباطات دیگر را در خاک بیان می‌کنند. این مدل‌ها می‌توانند ارتجاعی[5] یا خمیری[6] باشند. دقت روشهای عددی به مهارت کاربر در روش انتخابی، کیفیت داده‌های ورودی و مدل رفتاری خاک بستگی دارد. اگر داده‌های ورودی مسأله، صحیح نباشند یا دقت کافی نداشته باشند، نتایج معقولی حاصل نخواهد شد. این روشها احتیاج به تلاشهای محاسباتی و زمان تحلیل بیشتری دارند اما این مزیت را نیز دارند که مسائل با هندسه پیچیده یا مدل‌های رفتاری پیچیده را می‌توان با این روشها تحلیل نمود.

بارهای لرزه‌ای می‌توانند ظرفیت باربری پی‌ها را کاهش دهند و باعث شوند که پی سطحی از حالت حدی کاردهی خود خارج شود. محققین بسیاری نشان داده‌اند که ظرفیت باربری پی‌ها در حالت دینامیکی کمتر از ظرفیت باربری آنها در حالت استاتیکی است. برای تحلیل ظرفیت باربری لرزه‌ای پی‌های سطحی، معمولاً از روش شبه‌استاتیکی استفاده می‌شود. در این روش، اثرات زلزله به صورت ضرایب شبه‌استاتیکی افقی و عمودی به مسأله اعمال شده و مسأله شبیه حالت استاتیکی تحلیل می‌شود. نیروی شبه‌استاتیکی عمودی معمولاً تأثیر کمتری بر میزان ظرفیت باربری پی دارد و در بسیاری مواقع از آن صرفنظر می‌شود. نتایج تحلیل‌های شبه‌استاتیکی به میزان زیادی به مقدار ضرایب زلزله وابسته است. انتخاب یک ضریب زلزله مناسب یکی از چالش‌های این روش می‌باشد.

ریچاردز و همکاران [2] ظرفیت باربری و نشست پی‌های نواری روی خاک درشت‌دانه خشک را در حالت دینامیکی بررسی نمودند. ایشان از روش تعادل حدی استفاده کرده و سطح گسیختگی را به صورت گوه‌ای در نظر گرفتند. تحلیل‌های ایشان نشان داد که بارهای لرزه‌ای می‌توانند ظرفیت باربری پی‌ها را کاهش داده یا منجر به نشست بیش از اندازه شوند.

روش مشخصه‌های تنش که توسط سوکولفسکی و همکاران [3] ارائه شد، در حال حاضر روشی شناخته شده و مؤثر است. این روش برای حل مسائل مختلف ژئوتکنیکی (مانند ظرفیت باربری، محاسبه فشارهای جانبی خاک در دیوارهای حایل، ظرفیت باربری پی‌های نزدیک شیب) قابلیت خود را به خوبی به اثبات رسانده است. در روش مشخصه‌های تنش، معادلات تعادل تنش با استفاده از معیار گسیختگی موهر- کولمب با ارضای شرایط مرزی تنش در نقاط مختلف خاک حل می‌شوند. در این روش فرض می‌شود که در حالت حدی تمام نقاط خاک به گسیختگی می‌رسند. پس از حل مسأله و به دست آوردن شبکه مشخصه‌ها، وضعیت تنش در تمام نقاط مشخص خواهد بود. در این روش، احتیاجی به فرض کردن سطح لغزش نیست و سطح لغزش بحرانی پس از تحلیل شبکه، به دست خواهد آمد. همچنین این روش، توزیع تنش زیر پی را به دست می‌آورد. با استفاده از این روش می‌توان برای حالتهای خاص، معادلاتی به فرم بسته برای مسائل ژئوتکنیکی ارائه داد.

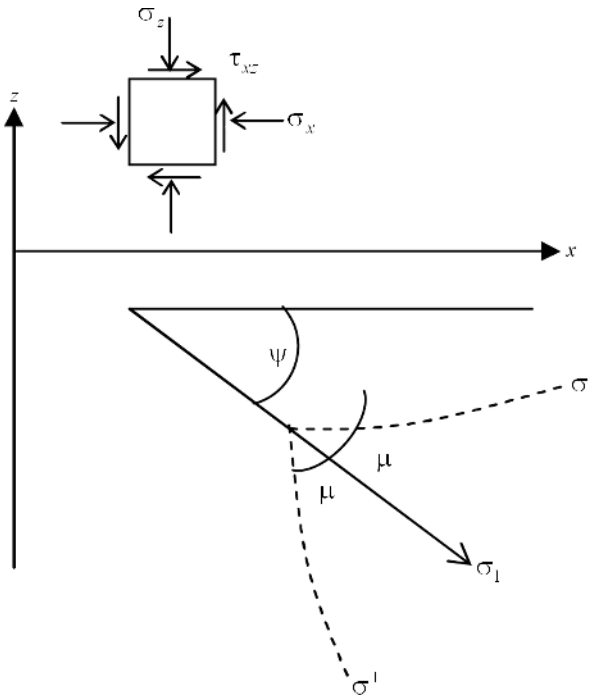
کومار و موهان رآو [4] از این روش برای تعیین ظرفیت باربری پی‌های سطحی نواری استفاده کردند. ایشان نمودارهایی نیز برای تعیین ضرایب ظرفیت باربری پی‌های سطحی ارائه نمودند. همچنین ایشان این روش را برای تعیین ظرفیت باربری پی‌های روی شیب نیز به کار بردند [5]. این روش توسط کشاورز [6] برای تعیین ظرفیت باربری پی‌های سطحی و شیب‌های خاکی مسلح و غیرمسلح درحالت استاتیکی و لرزه‌ای به کار رفته است. همچنین جهان‌اندیش و کشاورز [7] و کشاورز و همکاران [8] این روش را به ترتیب برای تعیین ظرفیت باربری پی‌های نواری روی شیبهای خاکی مسلح و پی‌های نواری به کار بردند.

در این مقاله، از روش مشخصه‌های تنش برای محاسبه ضرایب ظرفیت باربری پی‌های نواری در حالت لرزه‌ای استفاده شده است. اثرات زلزله به صورت ضرایب شبه‌استاتیکی لحاظ شده است. معادلاتی برای محاسبه ضرایب ظرفیت باربری پی‌های نواری ارائه شده است. همچنین ضرایب ظرفیت باربری پی‌های نواری به صورت نمودارهایی نشان داده شده است که به راحتی با استفاده از آنها می‌توان ظرفیت باربری پی‌های نواری را در حالت لرزه‌ای محاسبه نمود.

۲– تئوری

۲–۱– معادلات تعادل تنش

فرض کنید خاک در حالت کرنش صفحه‌ای در صفحه x-z است (x در راستای محور افقی و z در راستای عمق است). در یک نقطه به‌خصوص مجهولات تنش عبارتند از σ_x، σ_z و τ_{xz}، شکل (۱).



شکل (۱): مجهولات تنش.

معادلات تعادل را به شکل زیر می‌توان نوشت:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z}=X$$
$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z}+\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x}=Z \qquad (۱)$$

که در آن X و Z نیروهای جسمی و/یا اینرسی در راستای x و z هستند. اگر ضرایب شبه‌استاتیکی لرزه‌ای در راستای x و z برابر K_h و K_v باشند، آن‌گاه $X=\gamma K_h$ و $Z=\gamma K_v$ که γ وزن واحد حجم خاک است. اگر در دایره موهر تنش، p تنش میانگین و ψ زاویه بین محور x و جهت اصلی تنش σ_1 باشد، آنگاه می‌توان نوشت:

$$\sigma_x = p(1+\sin\phi\cos 2\psi)+c\cos\phi\cos 2\psi$$
$$\sigma_z = p(1+\sin\phi\cos 2\psi)-c\cos\phi\cos 2\psi \qquad (۲)$$
$$\tau_{xz} = (p\sin\phi+c\cos\phi)\sin 2\psi$$

که در آن، c چسبندگی خاک و ϕ زاویه اصطکاک خاک می‌باشد. با مشتق‌گیری از معادله (۲) و جایگذاری آنها در معادلات تعادل تنش و پس از ساده کردن، دو راستای مشخصه قابل تعریف است. مشخصه تنش مثبت σ^+ و مشخصه تنش منفی σ^-. برای راستای مشخصه‌ها و معادلات تعادل تنش می‌توان نوشت:

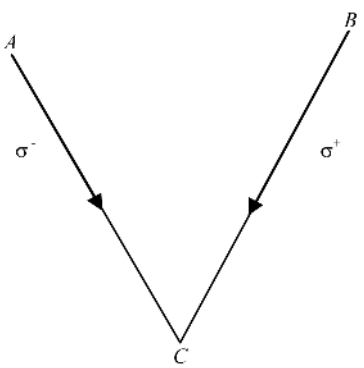
برای مشخصه مثبت

$$\frac{dz}{dx}=\tan(\psi+\mu)$$
$$\cos\phi dp+2(p\sin\phi+c\cos\phi)d\psi = \qquad (۳)$$
$$(\cos\phi dx-\sin\phi dz)X+(\sin\phi dx+\cos\phi dz)Z$$

برای مشخصه منفی

$$\frac{dz}{dx}=\tan(\psi-\mu)$$
$$-\cos\phi dp+2(p\sin\phi+c\cos\phi)d\psi = \qquad (۴)$$
$$-(\cos\phi dx+\sin\phi dz)X+(\sin\phi dx-\cos\phi dz)Z$$

با نوشتن معادلات (۳) و (۴) به فرم تفاضل محدود، می‌توان با داشتن اطلاعات (x، z، p و ψ) در نقاط A و B، این اطلاعات را در نقطه C محاسبه نمود، شکل (۲). برای حل این دستگاه معادلات (۴ معادله و ۴ مجهول) بایستی سعی و خطا نمود. برای سعی اول مقادیر مشخصات نقطه C روی مشخصه مثبت، برابر مقادیر نقطه B و روی مشخصه منفی برابر مقادیر نقطه A فرض می‌شوند و سپس مقادیر جدید اطلاعات به‌دست می‌آیند. با اطلاعات به‌دست آمده مجدداً مقادیر جدیدی به‌دست می‌آیند و این قدر این روند ادامه پیدا می‌کند تا اختلاف بین مقادیر کنونی و مقادیر مرحله قبل به اندازه کافی کوچک شوند.



شکل (۲): یافتن اطلاعات نقطه C از اطلاعات نقاط A و B روی مشخصه‌ها.

۲-۲- شرایط مرزی

برای حل کلیه مسائل ژئوتکنیکی به روش مشخصه‌ها، بایستی قبل از حل هر مسأله، شرایط مرزی آن را بررسی کرد و بین تنش‌های موجود در مرز و پارامترهای مورد نیاز برای تحلیل (x، z، p و ψ) ارتباط برقرار نمود.

شکل نمونه شبکه حل شده در شکل (۳) نشان داده شده است. ناحیه $OABCD$ ناحیه گسیختگی می‌باشد که پس از حل مسأله مشخص خواهد شد. مرز OD، مرز روی سطح زمین می‌باشد و سربار q به صورت قائم به این سطح اعمال می‌شود. مرز OA، مرز زیر پی می‌باشد که همان عرض پی نواری (B) است و بار قائم وارد بر آن، همان توزیع تنش نهایی زیر پی یا ظرفیت باربری می‌باشد.

۲-۲-۱- شرایط مرزی روی زمین

در مرز OD که مرز روی زمین است، مقادیر x و z معلوم هستند اما مقادیر p و ψ مجهول می‌باشند. تنشهای برشی و فشاری در این مرز برابرند با:

$$\sigma_0 = q(1-K_v), \qquad \tau_0 = qK_h \qquad (۵)$$

مقدار زاویه ψ در این مرز برابر است با (پیوست (۱) را ببینید):

$$\psi_0 = 0.5\left(\sin^{-1}\left(\frac{p_0 \sin\delta}{p_0 \sin\phi + c\cos\phi}\right) - \delta\right) \qquad (۶)$$

که در آن

$$\delta = \tan^{-1}\left(\frac{K_h}{1-K_v}\right) \qquad (۷)$$

و p_0 مقدار میانگین تنش در این مرز می‌باشد. در این حالت با توجه به دایره موهر تنش می‌توان گفت:

$$\sqrt{(p_0-\sigma_0)^2+\tau_0^2} = p_0 \sin\phi + c\cos\phi \qquad (۸)$$

معادله (۴) دارای دو جواب می‌باشد. اما با توجه به حالت استاتیکی، جواب قابل قبول برابر است با

$$p_0 = \frac{\sigma_0 + c\cos\phi\sin\phi}{\cos^2\phi} + \frac{\sqrt{(\sigma_0\sin\phi + c\cos\phi)^2 - (\tau_0\cos\phi)^2}}{\cos^2\phi} \qquad (۹)$$

برای حالت استاتیکی ($K_h = K_v = 0$)، آن‌گاه $\psi_0 = 0$ و

$$p_0 = \frac{q + c\cos\phi}{1-\sin\phi} \qquad (۱۰)$$

۲-۲-۲- شرایط مرزی زیر پی

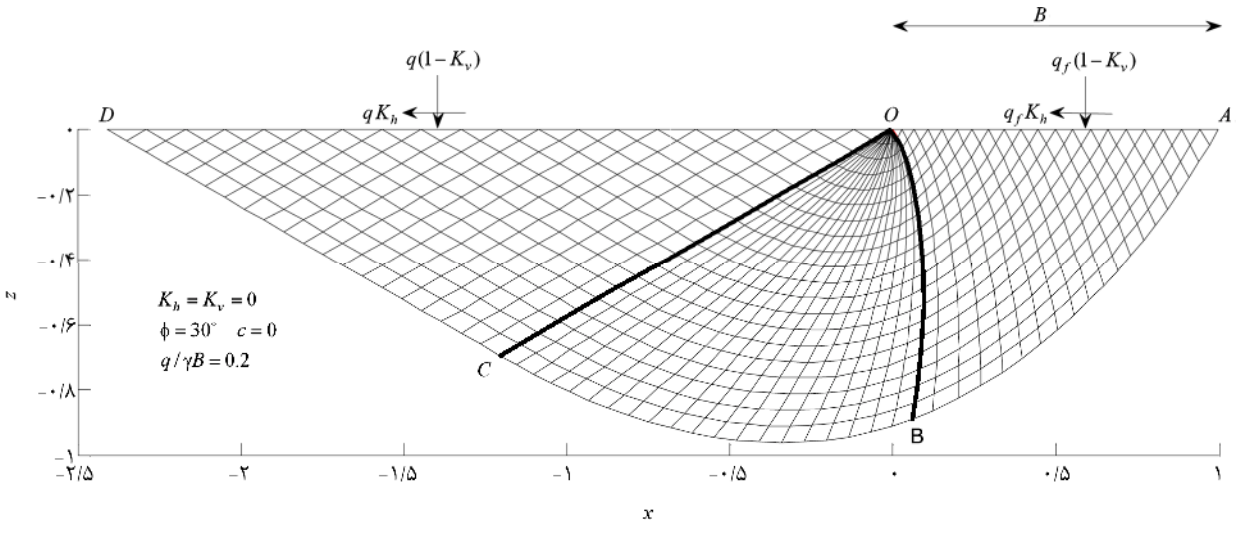
در مرز OA زیر پی، مقدار z معلوم است اما مقادیر x، p و ψ مجهول می‌باشند. تنشهای نرمال و برشی در این مرز برابر است با:

$$\sigma_f = q_f(1-K_v), \qquad \tau_f = q_f K_h \qquad (۱۱)$$

شبیه مرز OD، مقدار ψ در این مرز برابر است با (پیوست ۱):

$$\psi_f = 0.5\left(\pi - \sin^{-1}\left(\frac{p_f \sin\delta}{p_f \sin\phi + c\cos\phi}\right) - \delta\right) \qquad (۱۲)$$

که در آن p_f مقدار میانگین تنش برای نقاط زیر پی می‌باشد.



شکل (۳): نمونه شکل شبکه.

با رسم دایره موهر تنش در این مرز، می‌توان مقدار فشار باربری نهایی زیر پی q_f را مطابق زیر محاسبه نمود:

$$q_f = \frac{p_f - \cos 2\psi_f (p_f \sin\phi + c\cos\phi)}{1 - K_v} \qquad (۱۳)$$

۲-۳- روش تحلیل

جزئیات حل معادلات تعادل، به روش تفاضل محدود و حل شبکه در منابع مختلفی از جمله مرجع [۶] به تفصیل بیان شده است. روش حل، مطابق روش مرسوم مشخصه‌های تنش می‌باشد. با توجه به شکل (۳) شبکه شامل سه ناحیه می‌باشد. ناحیه OCD، ناحیه OCB و ناحیه OAB به ترتیب ناحیه غیرفعال، ناحیه رابط گورسات و ناحیه فعال نامیده می‌شوند. ابتدا نقاط شبکه در ناحیه غیرفعال حل شده و سپس ناحیه گورسات و در نهایت ناحیه فعال حل خواهد شد. حل از مرزی که وضعیت تنش مشخص است (مرز OD) شروع خواهد شد. این مرز، به یک سری نقاط با فاصله معین، تقسیم می‌شود. در همه این نقاط، مشخصات شبکه (x، z، p و ψ) با داشتن شرایط مرزی، معلوم است. با داشتن اطلاعات شبکه در مرز OD، می‌توان شبکه مشخصه‌ها را در ناحیه OCD حل نمود. آخرین نقطه‌ای که در این ناحیه حل خواهد شد، نقطه C می‌باشد.

چون مقدار زاویه ψ در سمت راست و چپ نقطه O متفاوت است، بنابراین یک تکینگی در این نقطه وجود دارد. برای حل شبکه در ناحیه OCB بایستی ابتدا این نقطه حل شود. در نقطه تکینگی $dx = dz = 0$ می‌باشد. بنابراین معادله (۴) به صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$dp - 2(p\tan\phi + c)d\psi = 0 \qquad (۱۴)$$

این معادله را می‌توان به فرم بسته انتگرال‌گیری نمود. اگر انتگرال‌گیری از سمت چپ نقطه O که مقدار p و ψ روی آن برابر p_0 و ψ_0 می‌باشد، شروع شود، می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} p &= -c\cot\phi + (p_0 + c\cot\phi)\times \\ &\quad \exp\left[2\tan\phi(\psi - \psi_0)\right] \qquad \text{if } \phi \neq 0 \\ p &= p_0 + 2c(\psi - \psi_0) \qquad \text{if } \phi = 0 \end{aligned} \qquad (۱۵)$$

با استفاده از معادله (۱۵)، می‌توان مقادیر p را محاسبه نمود. زیر پی، بین مقادیر p_f و ψ_f معادله (۱۲) برقرار است. بنابراین برای حل نقطه تکینگی بایستی سعی و خطا کرد. یعنی ابتدا مقدار ψ در زیر پی فرض می‌شود و معادله حل می‌شود تا ψ جدید به دست آید. این روند آن قدر تکرار می‌شود که مقادیر به دست آمده برای دو تکرار متوالی به مقدار کافی به هم نزدیک شوند.

با دانستن اطلاعات در نقطه تکینگی O و خط OC، شبکه در ناحیه OCB قابل حل است. با داشتن اطلاعات در خط OB، شبکه در ناحیه OAB نیز قابل حل است. در مرز OA، ψ به p وابسته است و با دانستن اطلاعات روی خط مشخصه منفی، توزیع تنش زیر پی قابل محاسبه است. ظرفیت باربری پی، از میانگین‌گیری این تنش محاسبه می‌شود.

به این ترتیب با فرض طول مشخصی برای OD، شبکه حل شده و طول OA که همان عرض پی می‌باشد، محاسبه خواهد شد. بنابراین برای یک عرض ثابت، بایستی با سعی و خطا طول OD را به گونه‌ای تعیین نمود که عرض پی، مقدار مورد نظر را داشته باشد.

۳- نتایج

برای به دست آوردن نتایج، با استفاده از تئوری گفته شده در قبل، برنامه‌ای در *MATLAB* نوشته شد. این برنامه با گرفتن اطلاعات ورودی خاک و هندسه مسأله، شبکه را حل کرده و توزیع تنش زیر پی را محاسبه می‌نماید. همچنین از توزیع تنش میانگین‌گیری کرده و ظرفیت باربری نهایی را ارائه می‌نماید.

ظرفیت باربری نهایی پی‌های نواری را می‌توان بر اساس ضرایب ظرفیت باربری به صورت زیر بیان نمود [۹]:

$$q_u = cN_c + qN_q + 0.5\gamma BN_\gamma \qquad (۱۶)$$

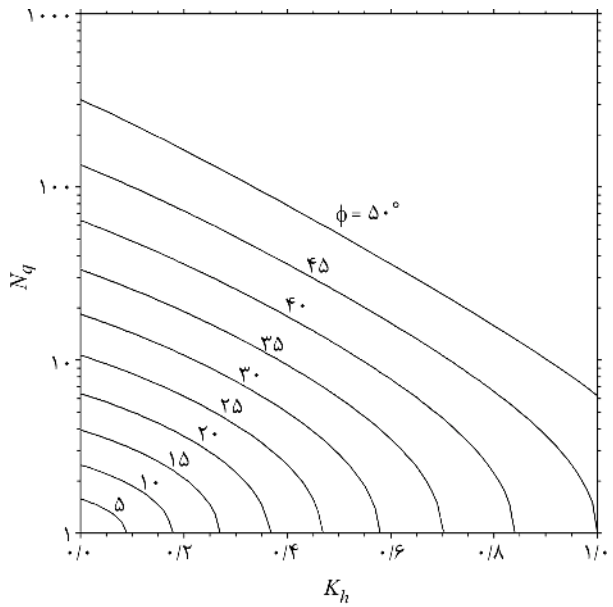
که در آن ضرایب ظرفیت باربری N_c، N_q و N_γ به ترتیب ضرایب ظرفیت باربری ترمهای چسبندگی، سربار و وزن می‌باشند و c، q، γ و B به ترتیب چسبندگی، سربار، وزن واحد حجم و عرض پی می‌باشند. اصل بر هم نهی[۷] می‌تواند

برای تعیین ضرایب ظرفیت باربری به کار رود. ژو و همکاران [۱۰] نشان دادند که خطای محاسبه ظرفیت باربری با استفاده از اصل برهم نهی حداکثر ۱۰ درصد و در جهت اطمینان است و می‌توان در مسائل عملی از این اصل استفاده نمود. اگر خاک همگن باشد، ضرایب ظرفیت باربری می‌توانند با استفاده از اصل برهم نهی و با درنظر گرفتن اثرات جداگانه سربار، وزن و چسبندگی محاسبه شوند. یعنی برای محاسبه ضریب N_c مقدار سربار و وزن واحد حجم خاک صفر فرض می‌شوند و برای محاسبه ضریب N_q مقدار وزن واحد حجم و چسبندگی صفر فرض می‌شوند. اما برای محاسبه ضریب N_γ نمی‌توان هر دو مقدار چسبندگی و سربار را دقیقاً صفر در نظر گرفت چون در این صورت نقطه تکینگی قابل حل نخواهد بود. برای محاسبه N_γ یک مقدار مینیمم سربار یا چسبندگی بایستی در نظر گرفته شود. در این مقاله برای محاسبه N_γ مقدار کوچکی برای سربار فرض شده است.

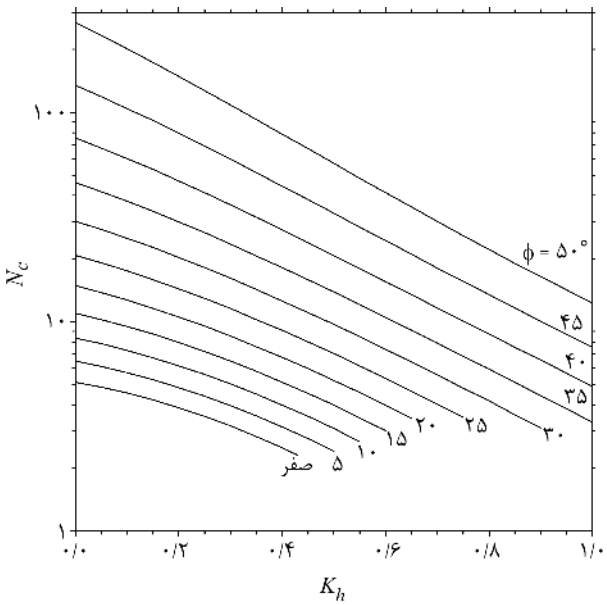
وقتی وزن صفر فرض شود، توزیع بار نهایی یکنواخت خواهد بود، اما برای خاک وزن‌دار توزیع بار یکنواخت نیست. شکلهای (۴) تا (۶) به ترتیب ضرایب ظرفیت باربری N_c، N_q و N_γ را برای پی‌های نواری برای مقادیر مختلف زاویه اصطکاک و ضریب زلزله افقی K_h نشان می‌دهند. با استفاده از این شکلها، ضرایب ظرفیت باربری برای حالت استاتیکی و دینامیکی به آسانی به دست می‌آیند.

نتایج برای ضرایب N_c و N_q شبیه نتایج مرجع [۴] می‌باشند، اما برای N_γ نتایج مختلف می‌باشند، چون در این تحقیق مکانیزم یک طرفه گسیختگی در نظر گرفته شده است (شبیه کارهای انجام شده در مراجع [۲، ۱۱، ۱۲، ۱۳]).

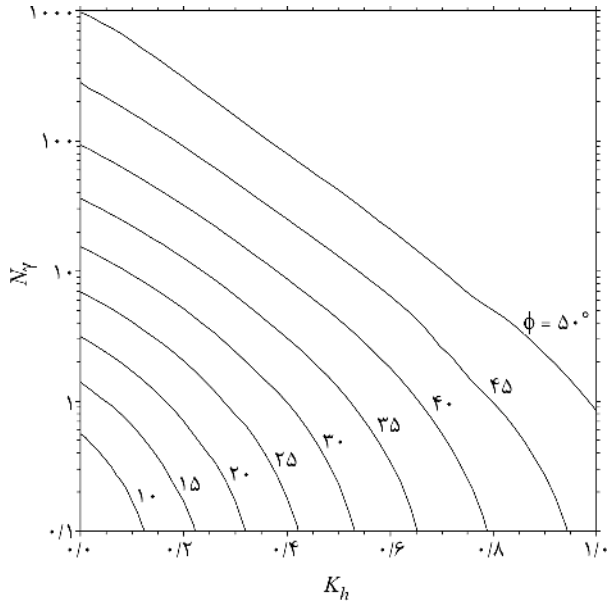
همان‌طور که مشاهده می‌شود، ضرایب ظرفیت باربری تابع مقدار زاویه اصطکاک خاک و ضرایب زلزله هستند و با افزایش زاویه اصطکاک یا کاهش ضریب زلزله این ضرایب یا به عبارتی ظرفیت باربری نهایی افزایش می‌یابد.



شکل (۵): *ضریب ظرفیت باربری N_q برای پی‌های نواری.*



شکل (۴): *ضریب ظرفیت باربری N_c برای پی‌های نواری.*



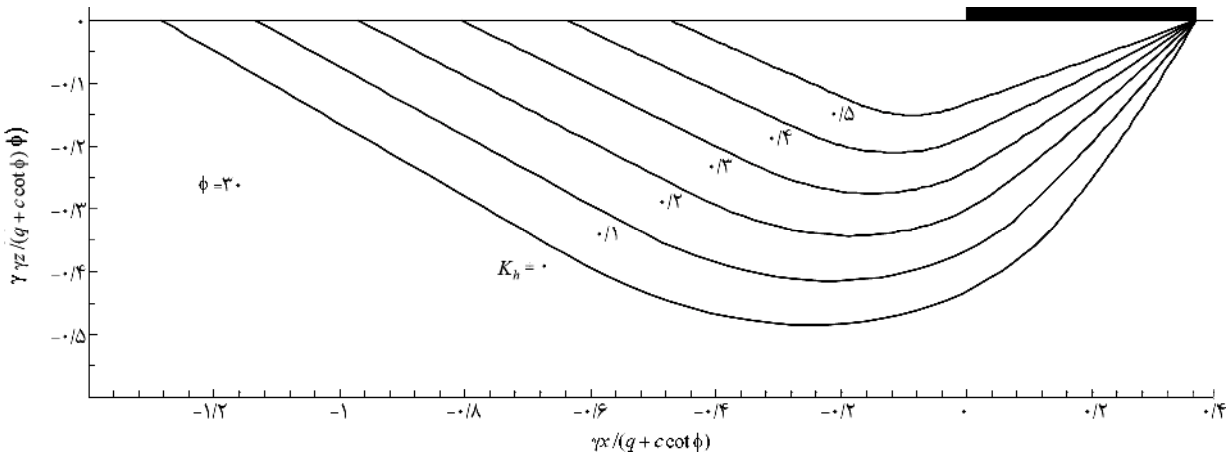
شکل (۶): *ضریب ظرفیت باربری N_γ برای پی‌های نواری.*

اثر ضریب زلزله قائم، K_v، در نمودارها نشان داده نشده است. ضرایب ظرفیت باربری N_q و N_γ برای اثرات توأم K_h و K_v می‌توانند با به‌کاربردن $K_h/(1-K_v)$ به جای K_h در شکلهای (۵) و (۶) تعیین شوند که K_v مقدار ضریب زلزله عمودی است. برای N_c اثر K_v به این صورت قابل اعمال است که در شکل (۴) به‌جای K_h از $K_h/(1-K_v)$ استفاده شود و N_c به‌دست آمده به $1+K_v$ تقسیم شود.

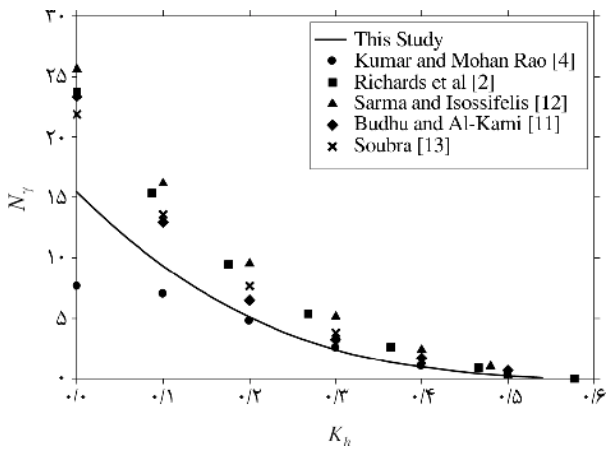
همان‌گونه که ذکر شد، در روش مشخصه‌های تنش ناحیه گسیختگی پس از حل شبکه به دست خواهد آمد. شکل (۷) تغییرات ناحیه گسیختگی را به ازای تغییرات ضریب زلزله افقی برای $\phi=30^\circ$ و $K_v=0$ نشان می‌دهد. محورهای افقی و عمودی بی‌بعد شده و به‌ترتیب بیانگر $\gamma x/(q+c\cot\phi)$ و $\gamma z/(q+c\cot\phi)$ می‌باشند. همان‌گونه که در شکل دیده می‌شود، با افزایش ضریب زلزله افقی عمق ناحیه گسیختگی کاهش می‌یابد.

نتایج به‌دست آمده برای N_γ با نتایج کار دیگران مقایسه شده است. این مقایسه در اشکال (۸) و (۹) به ترتیب برای حالتهای $\phi=30^\circ$ و $\phi=40^\circ$ نشان داده شده است. همان‌طور که دیده می‌شود، نتایج این تحقیق به کار دیگر محققین نزدیک است و نسبت به نتایج مرجع [۴] (استفاده از روش مشخصه‌ها با فرض گسیختگی دو طرفه) نتایج بهتری به‌دست می‌دهد.

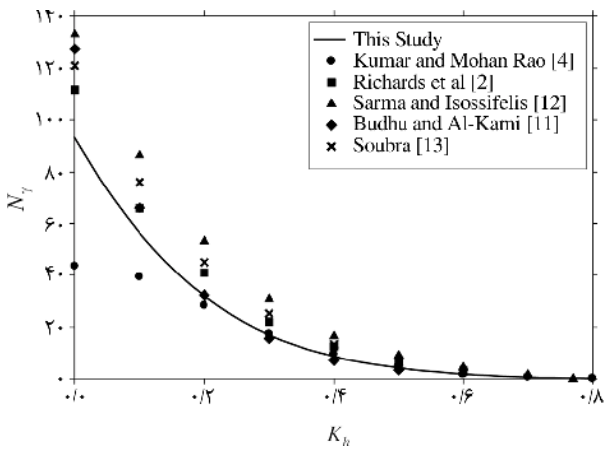
قهرمانی و بریل [۱۴] روش خطوط تغییر طول صفر را برای تعیین ضرایب ظرفیت باربری به‌کار بردند و دریافتند که ضریب ظرفیت باربری N_q تابع c/q است و در حالت استاتیکی و دینامیکی $N_c=(N_q-1)\cot\phi$. در حالت $c=0$ نتایج کار ایشان مشابه نتایج به دست آمده در این تحقیق است.



شکل (۷): *تغییرات ناحیه گسیختگی با ضریب زلزله افقی.*



شکل (۸): *مقایسه N_γ با کار دیگر محققین برای پی‌های نواری و $\phi=30^\circ$.*



شکل (۹): *مقایسه N_γ با کار دیگر محققین برای پی‌های نواری و $\phi=40^\circ$.*

ضرایب ظرفیت باربری N_c و N_q بدون استفاده از تحلیل کل شبکه نیز قابل محاسبه است. این ضرایب با حل معادلات در نقطه تکینگی قابل محاسبه هستند. اگر مقادیر p و ψ در سمت چپ نقطه تکینگی برابر p_0 و ψ_0 و در سمت راست نقطه تکینگی (زیر پی) برابر p_f و ψ_f باشد، آنگاه با استفاده از معادله (۱۵) می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} p_f &= -c\cot\phi + (p_0 + c\cot\phi)\times \\ &\quad \exp\left[2\tan\phi(\psi_f - \psi_0)\right] \qquad \text{if } \phi \neq 0 \\ p_f &= p_0 + 2c(\psi - \psi_0) \qquad \text{if } \phi = 0 \end{aligned} \tag{۱۷}$$

۳-۱- محاسبه N_q

برای محاسبه ضریب ظرفیت باربری N_q فقط بایستی سربار q را در نظر گرفت و چسبندگی و وزن خاک را صفر فرض کرد. بنابراین معادله (۱۷) به صورت زیر در می‌آید:

$$\begin{aligned} p_f &= p_0 \exp\left[2\tan\phi(\psi_f - \psi_0)\right] \quad \text{if } \phi \neq 0 \\ p_f &= p_0 \quad \text{if } \phi = 0 \end{aligned} \tag{۱۸}$$

با استفاده از معادلات (۱۳) و (۱۸) می‌توان نوشت:

$$N_q = \frac{1-\sin\phi\cos 2\psi_f}{1-\sin\phi\cos 2\psi_0}\exp\left(2\tan\phi(\psi_f - \psi_0)\right) \tag{۱۹}$$

که در آن مقادیر ψ_f و ψ_0 با استقاده از معادلات (۶) و (۱۲) به صورت زیر خلاصه می‌شوند:

$$\begin{aligned} \psi_f &= 0.5\left(\pi - \sin^{-1}(\sin\delta/\sin\phi) - \delta\right) \\ \psi_0 &= 0.5\sin^{-1}(\sin\delta/\sin\phi) - \delta) \end{aligned} \tag{۲۰}$$

با استفاده از معادلات (۱۹) و (۲۰) می‌توان به راحتی و بدون سعی و خطا ضریب ظرفیت باربری N_q را محاسبه نمود.

۳-۲- محاسبه N_c

برای محاسبه ضریب N_c مقادیر سربار و وزن صفر فرض می‌شوند. با استفاده از معادلات (۶)، (۹)، (۱۲)، (۱۳) و (۱۷) می‌توان نوشت:

$$N_c = \frac{p_f(1-\sin\phi\cos 2\psi_f) - \cos\phi\cos 2\psi_f}{1-K_v}$$

$$\psi_f = 0.5\left[\pi - \delta - \sin^{-1}\left(\frac{p_f\sin\delta}{p_f\sin\phi + \cos\phi}\right)\right] \tag{۲۱}$$

$$p_f = \begin{cases} -\cot\phi + \left(\dfrac{\cos\phi}{1-\sin\phi} + \cot\phi\right)\exp(2\psi_f\tan\phi) \\ \quad \text{if } \phi \neq 0 \\ (1+2\psi_f) \text{ if } \phi = 0 \end{cases}$$

برای محاسبه N_c بدون تحلیل شبکه مشخصه‌ها، معادلات (۲۱) باید با سعی و خطا حل شوند. در حالت دینامیکی نمی‌توان معادله‌ای به فرم بسته برای محاسبه N_c به دست آورد.

معادله (۲۱) را می‌توان با سعی و خطا با روشهای عددی حل معادلات غیرخطی، به آسانی حل نمود. در حقیقت هدف، حل معادله غیرخطی زیر است:

$$p_f + \cot\phi - \left(\frac{\cot\phi}{1-\sin\phi}\right)\exp\times$$

$$\left(\tan\phi\left(\pi - \delta - \sin^{-1}\left(\frac{p_f\sin\delta}{p_f\sin\phi + \cos\phi}\right)\right)\right) = 0 \tag{۲۲}$$

$$\text{if } \phi \neq 0$$

$$1 + \pi - \delta - \sin^{-1}\left(p_f\sin\delta\right) - p_f = 0 \text{ if } \phi = 0$$

پس از حل این معادله و محاسبه p_f و ψ_f می‌توان مقدار N_c را به دست آورد. این معادله را می‌توان با استفاده از تابع *solver* در اکسل (*Excel*) حل نمود. همچنین این معادله را می‌توان با استفاده از *MATLAB* نیز حل نمود. در پیوست (۲) حل این معادله و محاسبه N_c با *MATLAB* آمده است.

در حالت استاتیکی ($K_h = K_v = 0$)، می‌توان این معادلات را به فرم بسته حل کرد و N_c را به صورت زیر به دست آورد:

$$N_c = \left(\tan^2\left(45 + \frac{\phi}{2}\right)\exp(\pi\tan\phi) - 1\right)\cot\phi, \phi \neq 0 \tag{۲۳}$$

$$N_c = \pi + 2, \ \phi = 0$$

می‌توان به راحتی دریافت که در حالت استاتیکی، مقادیر N_c و N_q دقیقاً برابر معادلات پیشنهادی مرجع [۱۵] برای N_q و مرجع [۱۶] برای N_c خواهند بود:

$$N_q = \tan^2\left(45 + \frac{\phi}{2}\right)\exp(\pi\tan\phi)$$

$$N_c = (N_q - 1)\cot\phi \tag{۲۴}$$

۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله، از روش مشخصه‌های تنش برای محاسبه ظرفیت باربری پی‌های نواری استفاده شده است. معادلات تعادل تنش و خطوط مشخصه، با استفاده از روش تفاضل محدود حل شدند و توزیع بار زیر پی محاسبه شد. با میانگین-گیری از این توزیع تنش، ظرفیت باربری نهایی پی محاسبه شد. برای حل مسأله در حالت کلی برنامه‌ای نوشته شد. اثرات زلزله به صورت ضرایب شبه‌استاتیکی افقی و عمودی در نظر گرفته شد. با استفاده از جمع آثار قوا، ضرایب ظرفیت باربری N_c، N_q و N_γ محاسبه شد. برای استفاده‌های کاربردی، این ضرایب به صورت نمودارهایی ارائه شدند. برای محاسبه ضرایب ظرفیت باربری N_c و N_q معادلاتی ارائه شد، اما برای ضریب N_γ نمی‌توان معادله‌ای ارائه نمود. ضریب N_γ محاسبه شده از این مقاله، با نتایج سایرین مقایسه شد و دیده شد که نتایج به ضرایب پیشنهادی سایر محققین نزدیک است.

۵- منابع

1. Budhu, M. (2008). Foundations and earth retaining structures, John Wiley & Sons.
2. Richards, Jr, R., Elms, D.G., and Budhu, M. (1993). Seismic bearing capacity and settlements of foundations, *Journal of Geotechnical Engineering*, **119**(4),662-674.
3. Sokolovskii, V., Jones, D., and Schofield, A. (1960). Statics of soil media, Butterworth Scientific.
4. Kumar, J. and Mohan Rao, V. (2002). Seismic bearing capacity factors for spread foundations, *Geotechnique*, **52**(2), 79-88.
5. Kumar, J. and Mohan Rao, V. (2003). Seismic bearing capacity of foundations on slopes, *Geotechnique*, **53**(3), 347-361.

۶. کشاورز، ا. (۱۳۸۵). آنالیز پایداری لرزه‌ای سازه‌های خاکی مسلح به روش مشخصه‌ها. پایان‌نامه دکتر، بخش مهندسی راه و ساختمان و محیط زیست دانشگاه شیراز.

7. Jahanandish, M. and Keshavarz, A. (2005). Seismic bearing capacity of foundations on reinforced soil slopes, *Geotextiles and Geomembranes*, **23**(1), 1-25.
8. Keshavarz, A., Jahanandish, M., and Ghahramani, A. (2011). Seismic bearing capacity analysis of reinforced soils by the method of stress characteristics, *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Civil Engineering*, **35**(C2), 185-197.
9. Terzaghi, K. (1943). Theoretical soil mechanics, J. Wiley and Sons, Inc., 510p.
10. Zhu, D., Lee, C., and Law, K. (2003). Determination of bearing capacity of shallow foundations without using superposition approximation, *Canadian Geotechnical Journal*, **40**(2), 450-459.
11. Budhu, M. and Al-Karni, A. (1993). Seismic bearing capacity of soils, *Geotechnique*, **43**(1), 181-187.
12. Sarma, S. and Isossifelis, I. (1990). Seismic bearing capacity factors of shallow strip footings, *Geotechnique*, **40**(2), 265-273.
13. Soubra, A.H. (1999). Upper-bound solutions for bearing capacity of foundations, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, **125**(1), 59-68.
14. Ghahramani, A. and Berrill, J.B. (1995). Seismic bearing capacity factors by zero extension line method, *Pacific Conference on Earthquake Engineering*, Australia, 147-156.
15. Reissner, H. (1924). Zum erddruckproblem, *Proc. 1st Int. Conf. Appl. Mech.*, Delft, 295-311.
16. Prandtl, L. (1921). hauptaufsätze: über die eindringungsfestigkeit (härte) plastischer baustoffe und die festigkeit von schneiden, *ZAMM-Journal of Applied Mathematics and Mechanics/Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, **1**(1), 15-20.

۶- پانوشت

۱- *Limit Equilibrium*
۲- *Limit Analysis*
۳- *Finite Difference*
۴- *Finite Element*
۵- *Elastic*
۶- *Plastic*
۷- *Superposition*

پیوست ۱– محاسبه ψ در مرزها

با استفاده از معادلات (۲)، (۵) و (۱۱) می‌توان نوشت:

$$\tan\delta = \frac{K_h}{1-K_v} = \frac{\tau}{\sigma} = \frac{(p\sin\phi + c\cos\phi)\sin 2\psi}{p(1-\sin\phi\cos 2\psi) - c\cos\phi\cos 2\psi} \quad (۲۵)$$

معادله (۲۵) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\sin(2\psi+\delta) = \frac{p\sin\delta}{p\sin\phi + c\cos\phi} \quad (۲۶)$$

چون برای حالت استاتیکی ($\delta = 0$)، ($\psi_f = \pi/2$)و ($\psi_0 = 0$) معادلات (۶) و (۱۲) از معادله (۲۶) حاصل خواهند شد.

پیوست ۲– محاسبه N_c بدون حل شبکه

با حل معادله (۲۲) می‌توان مقدار ضریب ظرفیت باربری N_c را در حالت لرزه‌ای محاسبه نمود. برنامه زیر نمونه‌ای از حل این معادله در *MATLAB* می‌باشد.

```
clear
fi=30; % friction angle
Kh=0.2;
Kv=-0.1;
fi=fi*pi/180;
delta=atan(Kh/(1-Kv));
if fi==0
   f=@(x) abs(1+pi-delta-asin(x.*sin(delta))-x);
else
   f=@(x) abs(x + cot(fi) - (cot(fi)/(1-sin(fi))) ...
      *exp(tan(fi)*(pi-delta-
asin(x*sin(delta)/(x*sin(fi)+cos(fi))))));
end
[pf,fval]=fminbnd(f,0,300)
saif=0.5*(pi-delta-
asin(pf*sin(delta)/(pf*sin(fi)+cos(fi))));
Nc=(pf*(1-sin(fi)*cos(2*saif))-cos(fi)*cos(2*saif))/(1-Kv)
```