

# روشی ساده برای تحلیل غیرخطی اعضای سازه‌ای بتن مسلح با استفاده از مفاهیم تئوری الیاف

امیر هوشنگ اخویسی، استادیار، گروه مهندسی عمران دانشگاه رازی، کرمانشاه  
مرجان ربیعی قهفرخی، دانشجوی کارشناس ارشد سازه، گروه مهندسی عمران، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران مرکز، تهران

## چکیده

در این تحقیق، روشی ساده، کارآمد و در عین حال سریع برای تحلیل غیرخطی اعضای سازه‌ای بتن مسلح بر پایه مفاهیم تئوری فیبری پیشنهاد شده است. در انجام تحلیل غیرخطی از روش تحلیل ماتریسی غیرخطی با استفاده از سطوح گسیختگی بهره‌گیری می‌شود. نمودارهای لنگر-انحناء، منحنی‌های برهمکنش نیروی محوری-لنگر خمشی و سطوح گسیختگی نیروی محوری-لنگرهای دو محوری در فضای سه بعدی برای مقاطع بتن مسلح مستطیل شکل توسط این روش قابل تعیین می‌باشند. در محاسبه این سطوح رفتار بتن در کشش و فشار به صورت غیرخطی و رفتار فولاد الاستیک پلاستیک ایده‌آل در نظر گرفته شدند. تحلیل هر عضو سازه‌ای تحت بارگذاری خارجی، از طریق سنجش مقادیر تنشها و بازتابها با سطح گسیختگی متناظر هر مقطع، در خلال یک روند تحلیل ماتریسی غیرخطی صورت می‌گیرد. به منظور اعتبار سنجی روش پیشنهادی، نتایج به دست آمده از پیش‌بینی‌های عددی با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شدند. مقایسه‌های انجام شده تطابق خوبی با اختلاف کمتر از ۰/۱۶٪ در تعیین بار حدى را نشان می‌دهند که بیانگر معتبر بودن نتایج این روش است.

**کلیدواژه‌ها:** تحلیل غیرخطی مقاطع بتن مسلح، تحلیل ماتریسی غیرخطی، مدل‌سازی المان ماکرو، سطوح گسیختگی، منحنی اندرکنش، نمودار لنگر-انحناء

## ۱- مقدمه

در چندین دهه اخیر، شناخت و پیش‌بینی رفتار واقعی سازه‌ها در برابر بارهای وارده همانند نیروهای جانبی ناشی از تحریک لرزه‌ای و باد به یکی از مهمترین مشغله‌های فکری

محققین تبدیل گشته است. یکی از روشهای ارزیابی عملکرد ساختمانها که ساده و بسیار متداول است، استفاده از روش تحلیل استاتیکی غیرخطی می‌باشد. شایان توجه است، نتایج این تحلیل وابسته به توزیع نیروهای جانبی، سطوح تسلیم و گسیختگی به کار رفته در فرآیند تحلیل، نوع المان مورد استفاده و روش تحلیل می‌باشد. به طور معمول از المانهای سه بعدی در نرم‌افزارهای تجاری همانند ANSYS برای تحلیل غیرخطی قابهای خمشی بتنی استفاده می‌شود. این نوع تحلیلها نتایج مناسبی را در اختیار قرار می‌دهد. تحلیل ساختمانهای بلندمرتبه بتن مسلح با استفاده از المانهای سه بعدی علاوه بر پیچیدگی به دلیل تعداد درجات آزادی زیاد، بسیار زمان‌بر می‌باشد، تا جایی که در مواقعی حتی امکان تحلیل آنها به منظور تعیین رفتار واقعی‌شان وجود ندارد. از سوی دیگر، تحلیل ساختمانهای بتنی با استفاده از تحلیل ماتریسی و المانهای یک بعدی نیاز به زمان بسیار کمتری دارد ولی در عین حال نتایج به دست آمده از این تحلیلها به دلیل رفتار پیچیده اعضاء تحت اثر نیروی محوری و لنگر خمشی دارای تقریب می‌باشد. در این تحقیق ابتدا به اختصار مطالعات انجام شده پیشین بررسی می‌گردد. سپس الگوریتمی مناسب با استفاده از المان یک بعدی دو گرهی برای تحلیل غیرخطی ساختمانهای بتن مسلح ارائه می‌شود.

در این راستا، سرورا و همکارانش [۱] از یک معیار تسلیم که توسط یک سطح در فضای تنش تعریف می‌گردد در مدل‌سازی اجزاء محدود سه بعدی برای تحلیل غیرخطی صفحات بتن مسلح با رفتار غشایی و سازه‌های با رفتار پوسته‌ای استفاده نمودند. آنها برای مدل‌سازی محاسباتی سه بعدی از المانهای سه بعدی ۲۰ گرهی ایزوپارامتریک بهره گرفتند. والانسکی [۲] از مدل ویلیام و وارنک که یک مدل

توانایی ارائه پاسخهای مناسب را دارا می‌باشند. از روشهای تحلیلی می‌توان به روش پیشنهادی بونت و همکارانش [۱۰] اشاره نمود. این روشها مشتمل بر روشهای زیر می‌باشند:

(۱) روش تابع اولیه‌گیری لایه ضخیم<sup>۱</sup> برای مقاطعی که میدان تنش غیراستوانه‌ای دارند؛

(۲) روش تابع اولیه‌گیری لایه ضخیم اصلاح شده<sup>۲</sup> مناسب برای مقاطع چندضلعی که میدان تنش در آنها در یک جهت یکسان است.

از دیگر روشهای تحلیلی می‌توان به روش فافیتیس [۱۱] اشاره نمود که در محاسبه سطوح برهمکنش مقاطع بتن مسلح، از تئوری گرین برای تابع اولیه‌گیری میدان تنش استفاده کرد. ژوپان و سجه [۱۲] نیز یک روش برای تابع اولیه‌گیری تحلیلی میدان تنش و ماتریس بنیانی تانژانتی روی سطح مقطع بتنی پیشنهاد دادند که در آن از تئوری گرین برای تبدیل انتگرالهای دو گانه سطحی به انتگرالهای خطی در امتداد مرز سطح مقطع استفاده می‌شد. این روش در شرایطی قابل استفاده است که بازگشت کرنش در مقطع رخ نداده و توزیع کرنش در یک جهت یکنواخت باشد. بونت و همکارانش [۱۳-۱۴] نیز دو روش جدید انتگرالگیری تحلیلی و عددی میدان تنش برای مقاطع دایروی معرفی کردند. در روش تحلیلی، انتگرال تنشها را با استفاده از توابع هوی ساید به دست می‌آورند و در روش عددی، با تقسیم مساحت انتگرالگیری به لایه‌های ضخیم موازی با تار خنثی، نیروهای داخلی را با جمع‌بندی انتگرالهای عددی با استفاده از روش گاوس برای هر لایه در ناحیه فشاری بتن محاسبه می‌کنند. در میان روشهای عددی، روش فیبری معروفترین آنهاست. در این روش مقطع به تعدادی ردیف و سلول تقسیم می‌شود که کرنش محوری در هر ردیف ثابت بوده و انتگرال‌گیری آنها به وسیله جمع‌بندی نیروها بر روی هر سلول انجام می‌گیرد. به طور معمول، برای مقاطع تحت خمش تک محوری یا خمش متقارن تقسیمات به صورت لایه‌های موازی با تار خنثی به صورت نوارهای باریک بوده در حالی که در خمش دو محوره مقطع به فیبرها و سلولهای مربعی تقسیم می‌گردد. با استفاده از این روش برای هر مقطع کلی می‌توان هر رابطه تنش-کرنش با امکان بازگشت کرنش را تعریف کرد. سوسا و مونیز

پر کاربرد برای سطح گسیختگی سه محوری بتن می‌باشد، استفاده نمود و با استفاده از نرم‌افزار ANSYS مطالعاتی بر تحلیل اجزاء محدود تیرهای بتن مسلح انجام داد. با این حال به دلیل تعداد درجات آزادی، این روش محدودیتهایی را در تحلیل ساختمانهای بلندمرتبه به وجود می‌آورد. کتسوووس و اسپیلیوپولوس [۳] در تحلیل غیرخطی اعضای بتن مسلح از المانهای سه بعدی ۲۰ گرهی برای مدلسازی بتن و المانهای سه گرهی برای فولاد استفاده کردند. دقت نتایج به دست آمده مناسب می‌باشد ولی فرمولهای محاسباتی پیچیده و زمان تحلیل بسیار طولانی است.

برای انجام تحلیل غیرخطی اعضای بتن مسلح با استفاده از المانهای ماکرو، نیاز به در دست داشتن سطوح برهمکنش نیروی محوری-لنگر خمشی می‌باشد. در این راستا دیویدستر [۴] و یان و همکارانش [۵] اجرای کامپیوتری از روشهای معمول برای ارائه اشکال فرضی سطوح برهمکنش ارائه دادند. سپس کنتالدو و فائلا [۶]، کوان و لیاو [۷]، لاندنیو و پرگو [۸] الگوریتم‌های محاسباتی خاصی برای محاسبه سطوح برهمکنش و تحلیل مقاومت نهایی مقاطع بتن مسلح متعارف پیشنهاد دادند. در محاسبات آنها دو مسأله مهم در نظر گرفته نشده بود. این دو مسأله عبارت بودند از: (۱) ضرورت انتگرالگیری (تابع اولیه‌گیری) تنشها بر روی مقطع مؤثر بتن و (۲) بررسی عملکرد عددی الگوریتمها از نظر همگرایی و دقت نتایج. در ادامه دی و یوو و روستاتی [۹] دو الگوریتم برای ارزیابی ظرفیت مقاوم نهایی مقاطع بتن مسلح متعارف با استفاده از سطوح گسیختگی ارائه دادند. با استفاده از این روش سطوح برهمکنش بر اساس روشهای تجربی که احتمال بروز خطا در آنها وجود دارد به دست می‌آیند و این سطوح تنها برای مقاطع مستطیلی، مربعی و  $L$  شکل قابل استفاده می‌باشند.

انتگرالگیری (تابع اولیه‌گیری) میدان تنش روی سطح مقطع بتن و فولاد می‌تواند به صورت عددی یا تحلیلی انجام شود. روشهای تحلیلی نتایج دقیقی ارائه می‌دهند. با این حال به دلیل پیچیدگی تابع اولیه‌گیری، رابطه‌سازیه‌ها، محدودیتهای و مشکلات هنگام اجرا، این روشها مناسب نمی‌باشند، در حالی که روشهای عددی با رابطه‌سازی ساده

محوری و خمشی مقاطع بتن مسلح، بر اساس تئوری برونیاپی خمش تک محوری آیین‌نامه اروپا استفاده نمودند.

در این تحقیق الگوریتمی جدید، ساده و کاربردی بر مبنای روش فیبری به منظور انجام تحلیل غیرخطی اعضای سازه‌ای بتن مسلح با استفاده از روش تحلیل ماتریسی و سطوح گسیختگی پیشنهاد شده است. در مدل‌سازی هر عضو تیر یا ستون از یک المان دو گرهی که هر گره دارای شش درجه آزادی می‌باشد، استفاده می‌گردد. در این تحلیل، ابتدا برای هر عضو بتن مسلح، سطح گسیختگی نیروی محوری-لنگرهای خمشی دومحوری ایجاد می‌گردد. سپس بر اساس بارگذاری خارجی، نیروهای داخلی هر المان محاسبه و با مقادیر سطح برهمکنش همان المان سنجیده می‌شود و در یک روند تحلیل غیرخطی رفتار الاستیک یا غیرالاستیک هر عضو پیش‌بینی می‌گردد.

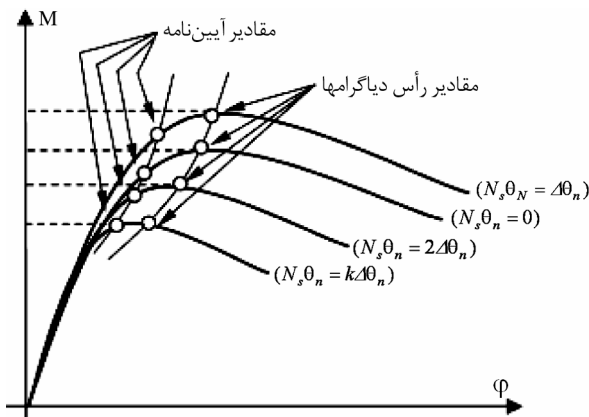
به منظور اثبات صحت و دقت نتایج الگوریتم پیشنهادی، منحنی اندرکنش نیروی محوری-لنگر خمشی مربوط به یک مقطع بتن مسلح مستطیلی که قبلاً توسط پنلی و کاپوس [۲۴] بر اساس نتایج آزمایشگاهی به دست آورده شده با منحنی اندرکنش همان مقاطع که توسط روش پیشنهادی محاسبه شده است، مورد بررسی و مقایسه قرار گرفت. همخوانی نتایج بیانگر دقت بالای این روش در محاسبه سطوح گسیختگی می‌باشد. پس از آن نمودار (بار تغییرمکان میانه دهانه) تیر بتن مسلح *TIMA* که توسط گستن و همکارانش [۲۵] در آزمایشگاه به دست آمده بود با نتایج حاصل از تحلیل روش پیشنهادی مورد مقایسه قرار گرفت. همخوانی و همپوشانی نمودارها با اختلاف کمتر از ۰/۰۶٪ در تعیین بار حدی نشان‌دهنده قابل اعتماد بودن نتایج حاصل از تحلیل غیرخطی این روش می‌باشد. الگوریتمهای پیشنهادی به زبان برنامه‌نویسی فرترن نوشته شده و اجرا می‌گردند.

## ۲- سطوح گسیختگی نیروی محوری-لنگرهای دومحوری

برای برآورده شدن نیازهای تحلیل غیرخطی دانستن جزئیات سطح گسیختگی بسیار مهم است. زیرا تغییرشکل پلاستیک یک المان سازه‌ای تابع تاریخچه بارگذاری آن و

[۱۵] یک روش برای انتگرال‌گیری عددی تنش بر اساس ارزیابی تحلیلی مشخصات مقطع یعنی نیروهای مقاوم مقطع و مدول تانژانتی ارائه دادند. اشکال عمده این طرح عدم امکان مدل‌سازی شرایطی با بازگشت کرنش می‌باشد. در ادامه ایزودین و همکارانش [۱۶-۱۷] یک روش تحلیل غیرخطی با استفاده از سطح گسیختگی و مفاهیم تحلیل غیرخطی تطبیقی ارائه دادند. در روش پیشنهادی آنها تحلیل همواره با یک المان الاستیک برای هر عضو شروع می‌شود و سپس تفکیک المانهای الاستیک به المانهای الاستوپلاستیک در روند انجام تحلیل و در داخل سازه، به هنگام نیاز به صورت خودکار انجام می‌شود. رابطه‌سازیهایی ارائه شده در این روش پیچیده بوده و ارائه برنامه رایانه‌ای به منظور انجام تحلیل بر مبنای آن بسیار مشکل می‌باشد. کیم و لی [۱۸] از سطوح برهمکنش و فاکتورهای بزرگنمایی لنگر که در آیین‌نامه بتن آمریکا آمده است در تعیین بار نهایی ستونها استفاده نمودند. یلسین و ساچگلو [۱۹] تأثیر نیروی محوری بر دیاگرامهای لنگر خمشی-انحناء را مورد ارزیابی قرار دادند. کوک و کیم [۲۰] از روابط لنگر-انحناء برای تحلیل غیرخطی تیرهای بتن مسلح با در نظر گرفتن شاخه نرم‌شدگی کششی و اثر لغزش مهاری استفاده نمودند. اسفاکیاناکیس [۲۱] از گرافیک کامپیوتری به عنوان یک وسیله محاسباتی برای انتگرال‌گیری تنشهای عمودی بر روی مساحت مقطع استفاده کرد و با کمک روش فیبری مکانیسم گسیختگی مقاطع بتن مسلح تحت لنگر خمشی دو محوری و نیروی محوری را پیش‌بینی نمود. ایده اصلی این روش استفاده از قابلیت‌های گرافیک کامپیوتری به عنوان یک ابزار محاسباتی غیرمستقیم در روش فیبری کلاسیک می‌باشد. چارالامپاکیس و کوموسیسی [۲۲] با استفاده از روش مدل‌سازی فیبری، منحنی‌های برهمکنش و سطوح گسیختگی الگوریتمی برای تحلیل مقاطع کامپوزیت دلخواه و تعیین حالت تغییرشکل یافته آنها تحت بارگذاری خارجی معین ارائه نمودند که در آن مقاطع به وسیله دستوره‌های گرافیکی تعریف می‌شوند. آنها برای تعیین مقدار کرنش اولیه ( $\epsilon_0$ ) به منظور برقراری تعادل نیروهای محوری از روش وینگاردن-دکر-برنت استفاده نمودند [۲۲]. پالرز و همکارانش [۲۳] از سطوح گسیختگی در تعیین حداقل مقدار آرمانتوربندی لازم برای تأمین مقاومت

تحقیقات بیشتر نشان داده است که سطوح گسیختگی شکل ساده‌ای نداشته و وابسته به هندسه مقطع، رابطه تنش- کرنش مصالح، مقدار آرماتورهای طولی و نحوه چیدمان آنها در مقطع می‌باشند. بنابراین این سطوح را نمی‌توان به وسیله یک عبارت تحلیلی توصیف نمود و بایستی نقطه به نقطه ساخته شوند [۲۶]. باید توجه داشت که یک سطح گسیختگی مجموعه‌ای از منحنی‌های برهمکنش نیروی محوری- لنگر خمشی برای جهت‌گیریهایی مختلف تار خنثی می‌باشد. همچنین مختصات نقاط بر روی منحنی برهمکنش به وسیله ساخت دیاگرام لنگر- انحناء برای بارهای محوری مختلف و جهت‌گیریهایی مختلف تار خنثی محاسبه می‌شوند. در شکل (۲)، نمونه‌های دیاگرام لنگر- انحناء برای جهت- گیریهایی مختلف تار خنثی نشان داده شده است که نقاط بیشینه دیاگرامها مقادیر استفاده شده در ساخت سطوح برهمکنش برای یک مقدار ثابت و معین بار محوری می‌باشند. همان‌گونه که از شکل مشخص است، مقادیر پیشنهاد شده به وسیله آیین‌نامه‌ها از مقادیر بیشینه به دست آمده از تحلیلها و نتایج آزمایشگاهی کمتر می‌باشند [۲۱].



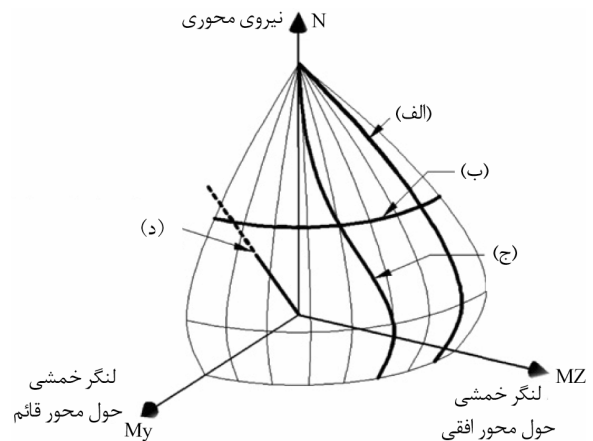
شکل (۲): نمونه منحنی‌های لنگر- انحناء برای یک مقدار نیروی محوری ثابت و چرخشهای مختلف تار خنثی [۲۱].

### ۳- روابط بنیادی تنش- کرنش مصالح

در مدلسازی بنیادی مصالح بتنی، مقاومت کششی نیز در نظر گرفته شده است. مدل بنیادی در نظر گرفته شده برای بتن در فشار، مدل پیشنهادی هاگنستاد [۱۹، ۲۷] می‌باشد. روابط تنش- کرنش برای بتن در کشش در روابط (۱) تا (۳)

فاصله بردار بار آن تا این سطح می‌باشد [۱۷]. در فضای سه بعدی که با نیروی محوری و دو مؤلفه خمشی تعریف می‌شود، لنگرهای گسیختگی حاصل برای مقادیر مختلف بار محوری یک سطح بسته تشکیل می‌دهند که به سطح گسیختگی، سطح برهمکنش و یا سطح محاطی یک مقطع معروف است [۲۱]. سطح گسیختگی یک مقطع دلخواه در فضای  $N - M_y - M_z$  می‌تواند به عنوان مکان هندسی نقاط  $(N - M_y - M_z)$  که متناظر مقاومت نهایی مقطع هستند، تعریف شود و نتیجه یک سطح بسته است که نمی‌تواند با روابط ساده توصیف شود. اگر مقطع مستطیلی باشد و آرماتورها در طول چهار ضلعش به طور مساوی تقسیم شده باشند سطح گسیختگی نسبت به چهار محور  $M_y = M_z = 0$  و  $M_y = \pm M_z$  متقارن است و نصف‌النهارهایش در چهار ربع یکسان هستند [۲۲]. سطح گسیختگی یک مقطع همان‌طور که در شکل (۱) نشان داده شده با استفاده از یکی از روشهای زیر به دست می‌آید [۲۲]:

- (الف) منحنی‌های برهمکنش برای یک نسبت ثابت و معین لنگر خمشی؛
- (ب) منحنی‌های برهمکنش برای یک مقدار ثابت و معین بار محوری؛
- (ج) منحنی‌های برهمکنش برای یک جهت‌گیری ثابت و معین تار خنثی؛
- (د) نقاط نمونه واقع بر روی سطح گسیختگی که حاصل از تقاطع امتداد یک خط راست متمایل با این سطح می‌باشد.



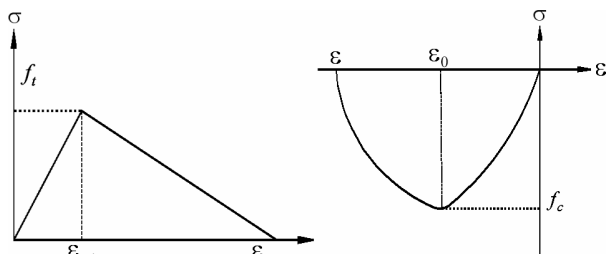
شکل (۱): ایجاد یک سطح برهمکنش [۲۲].

بتن مسلح در فرآیند تحلیل ماتریسی غیرخطی، در هر مرحله از بارگذاری نمودی، نیروهای داخلی هر عضو با مقادیر سطح گسیختگی آن کنترل می‌گردند. همان‌گونه که در قسمتهای برهمکنش نیروی محوری- لنگر خمشی برای چرخشهای مختلف تار خنثی ( $\theta$ ) می‌باشد. نقاط تشکیل‌دهنده منحنی برهمکنش همان مقادیر بیشینه لنگر در منحنی‌های لنگر- انحناء برای نیروهای محوری مشخص می‌باشند. بنابراین به منظور ایجاد منحنی برهمکنش نیروی محوری- لنگر خمشی، ابتدا نمودارهای لنگر- انحناء برای مقادیر مشخص نیروی محوری تشکیل می‌گردند. در این روش، برای انتگرال‌گیری میدان تنش روی سطح مقطع از روش فیبری استفاده می‌شود. اندازه سلولهای به کار برده شده در روش فیبری می‌تواند مطابق نظر کاربر انتخاب گردد. برای به دست آوردن دیاگرام لنگر- انحناء تحت یک نیروی محوری ثابت و برای یک جهت‌گیری مشخص تار خنثی ( $\theta$ )، مقطع بتنی مورد نظر به سلولهایی با اندازه ثابت در کل سطح مقطع المان تقسیم‌بندی می‌گردد. مختصات چرخش یافته هر سلول مطابق رابطه (۷) در محاسبات مورد استفاده قرار می‌گیرد:

$$\begin{bmatrix} y & \theta \\ z & \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ z \end{bmatrix} \quad (7)$$

در رابطه فوق،  $y$  فاصله مرکز سطح سلول از مرکز سطح کل مقطع در راستای محور افقی مقطع و  $z$  فاصله مرکز سلول از مرکز سطح کل مقطع در راستای محور قائم است. باید توجه داشت کرنش در هر نقطه تابعی از  $z_0$  می‌باشد. پس از سلول‌بندی اولیه مقطع و دوران مختصات هر سلول، انحناء اعمال شده به طور پیش‌رونده افزایش یافته و در هر مرحله تعادل مقطع کنترل می‌گردد. در هر مرحله مقادیر  $\theta$  و  $\varphi$  (انحناء) مشخص هستند و تغییرشکل تابعی از  $\epsilon_0$  می‌باشد. نمو انحناء در بازه صفر تا  $0.012$  با گامهای  $0.001$  انجام می‌گیرد. لازم به ذکر است مقدار انحناء حد نهایی قابل تعیین توسط کاربر می‌باشد؛ ولیکن با توجه به تجارب حاصل از انجام تحلیل‌های متعدد برای مقاطع مختلف پیشنهاد می‌شود این مقدار برابر  $0.012$  انتخاب گردد. در ادامه به ازای هر مقدار نمودی انحناء، با انتخاب یک مقدار کرنش اولیه  $\epsilon_0$ ، در تمام

و برای بتن در فشار در روابط (۴) تا (۶) ارائه شده‌اند. نمودارهای تنش- کرنش بتن در کشش و فشار در شکل (۳) نشان داده شده‌اند. برای مدلسازی رفتار فولاد در کشش و فشار از رفتار الاستوپلاستیک کامل استفاده شده است.



شکل (۳): (الف) نمودار تنش- کرنش بتن تحت فشار، (ب) نمودار تنش- کرنش بتن تحت کشش.

$$(\epsilon_{ctu} < \epsilon_c) \rightarrow \sigma_c = 0 \quad (1)$$

$$(\epsilon_{ct} \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{ctu}) \rightarrow \sigma_c = f_t(\epsilon_c - \epsilon_{ctu}) / (\epsilon_{ct} - \epsilon_{ctu}) \quad (2)$$

$$(0 < \epsilon_c < \epsilon_{ct}) \rightarrow \sigma_c = \epsilon_c \cdot E_c \quad (3)$$

$$(\epsilon_{c0} \leq \epsilon_c \leq 0) \rightarrow \sigma_c = -f_c \cdot a \cdot (2 - a) \quad (4)$$

$$a = \epsilon_c / \epsilon_{c0}$$

$$(\epsilon_{cu} < \epsilon_c < \epsilon_{c0}) \rightarrow \sigma_c = f_c - 150 \cdot f_c (\epsilon_c - \epsilon_{c0}) \quad (5)$$

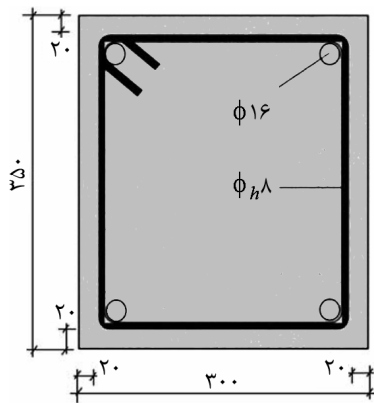
$$(\epsilon_c \leq \epsilon_{cu}) \rightarrow \sigma_c = 0 \quad (6)$$

در این روابط،  $\epsilon_c$  کرنش در بتن،  $\sigma_c$  تنش در بتن،  $f_c$  مقاومت فشاری ۲۸ روزه بتن،  $f_t$  مقاومت کششی بتن،  $E_c$  مدول الاستیسیته بتن،  $\epsilon_{c0}$  کرنش معادل تنش فشاری حداکثر بتن،  $\epsilon_{ctu}$  حداکثر کرنش فشاری بتن،  $\epsilon_{ct}$  کرنش معادل تنش کششی حداکثر بتن،  $\epsilon_{ctu}$  کرنش حداکثر کششی بتن،  $f_y$  تنش تسلیم فولاد،  $E_s$  مدول الاستیسیته فولاد، و  $\epsilon_{su}$  حداکثر کرنش فولاد می‌باشند. مقادیر پارامترهای فوق توسط کاربر تعیین می‌شوند و به این ترتیب مدل‌های بنیادی رفتاری متنوع و دقیقی برای فولاد و بتن در این روش قابل تعریف و کاربرد می‌باشند.

#### ۴- تحلیل ماتریسی غیر خطی اعضای بتن مسلح با استفاده از سطح گسیختگی

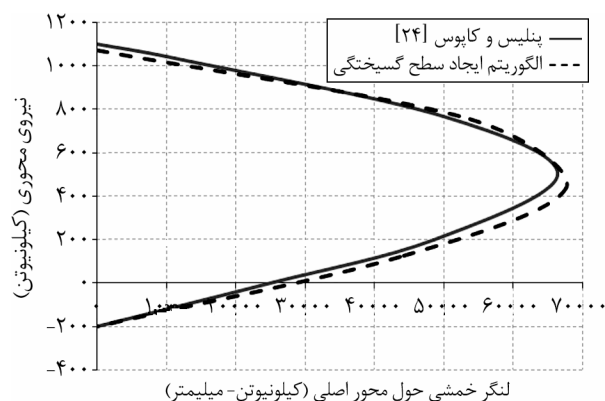
برای پیش‌بینی رفتار الاستیک و غیرالاستیک یک عضو

محوری- لنگر خمشی مقطع بتن مسلح شکل (۴) مورد ارزیابی قرار گرفت. پنلیس و کاپوس [۲۴] این مقطع را در آزمایشگاه مورد مطالعه قرار دادند. در مقطع مورد نظر مقاومت فشاری بتن  $15/98MPa$ ، مقاومت کششی بتن  $1/45MPa$ ، تنش جاری شدن میلگردهای طولی  $215/75MPa$  و ضریب تقلیل مقاومت بتن و فولاد به ترتیب برابر  $0/65$  و  $0/85$  در نظر گرفته شدند.



شکل (۴): مشخصات مقطع بتن مسلح [۲۴].

منحنی اندرکنش محاسبه شده توسط روش عددی با منحنی به دست آمده از نتایج آزمایشگاهی پنلیس و کاپوس [۲۴] در شکل (۵) مقایسه شده‌اند. همخوانی مناسب میان نتایج نشاندهنده دقت مطلوب روش پیشنهادی و بیانگر معتبر بودن نتایج آن می‌باشد. این خود گویای قابل استناد بودن سطوح گسیختگی به دست آمده از الگوریتم پیشنهادی در تحلیل ماتریسی غیرخطی می‌باشد.



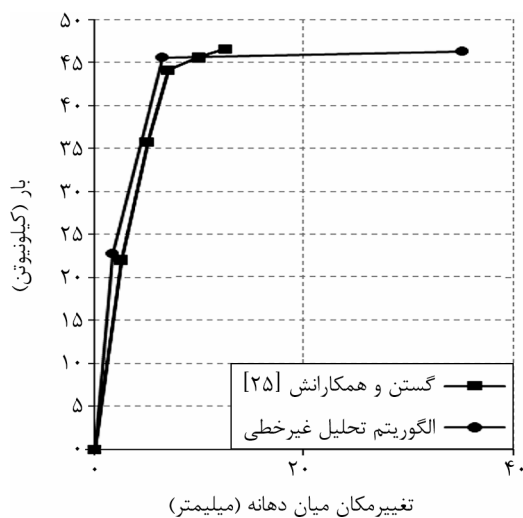
شکل (۵): مقایسه منحنی‌های اندرکنش محاسبه شده توسط روش پیشنهادی و نتایج پنلیس و کاپوس [۲۴]، برای بتن با مقاومت فشاری  $15/98MPa$ .

سلولها کرنش، تنش، نیروی محوری، لنگر خمشی حول محور قائم  $M_z$  و لنگر خمشی حول محور افقی  $M_y$  محاسبه می‌گردند. تعادل مقطع در این مقدار کرنش اولیه  $\epsilon_0$  بررسی می‌شود. مقادیر نیروی محوری و لنگرهای خمشی برای سلولهای بتنی و میلگردهای فولادی از روابط ساده مقاومت مصالح به دست می‌آیند. از مجموع مقادیر نیروی محوری برای تمامی سلولها و میلگردها نیروی محوری کل مقطع به دست می‌آید. در صورت برقرار نشدن تعادل، برنامه یک مقدار کرنش اولیه دیگر انتخاب می‌کند و تعادل مقطع را برای کرنش اولیه  $\epsilon_0$  جدید ارزیابی می‌کند. به این ترتیب با استفاده از روش سعی و خطا مقدار کرنش اولیه‌ای که در آن تعادل مقطع برقرار می‌گردد، تعیین می‌شود. از مجموع لنگرها برای سلولهای بتنی، لنگر بتن و از مجموع لنگرها برای میلگردهای فولادی، لنگر برای کل میلگردها به دست می‌آید. لنگرهای محاسبه شده در معکوس ماتریس دوران رابطه (۷) ضرب می‌گردند تا لنگرهای نهایی به دست آیند. در این تحقیق، با فرض این که رفتار المانها در نقاط مورد بررسی که در درون سطح گسیختگی قرار می‌گیرند نشاندهنده رفتار خطی و برای نقاط واقع شده بر روی سطح و خارج از آن نشاندهنده رفتار غیرخطی و گسیختگی می‌باشد، تحلیل انجام می‌گیرد. در این حالت که شکست برای عضو در مقطع مورد بررسی رخ داده است، تعادل بین نیروی داخلی و نیروی خارجی برقرار نبوده که سبب تولید نیروی نامیزان می‌شود. سپس این نیروی نامیزان با یک فرآیند تکراری بین سایر اعضای مقاوم باز توزیع می‌شود. برای آگاهی از فرمول‌بندیها و چگونگی تحلیل ماتریسی غیرخطی می‌توان به مرجع [۲۸] مراجعه نمود. الگوریتم محاسبه سطح گسیختگی و الگوریتم انجام تحلیل غیرخطی استاتیکی در انتهای مقاله پیوست می‌باشند. در ادامه، توسط دو مثال عددی قابلیت اعتماد نتایج دو الگوریتم پیشنهادی اثبات می‌گردند.

## ۵- نمونه‌های عددی

ابتدا نتایج الگوریتم محاسبه سطح گسیختگی مورد بررسی قرار می‌گیرد. از آنجایی که یک سطح گسیختگی از مجموعه‌ای از منحنی‌های اندرکنش نیروی محوری- لنگر خمشی تشکیل شده است، جهت اثبات دقت این الگوریتم، بررسی منحنی‌های اندرکنش کفایت می‌کند. از این رو، منحنی اندرکنش نیروی

متمركز وارد بر تیر با دو المان مدلسازی شده است. بنابراین با توجه به اینکه محل تقاطع این دو عضو یک گره به وجود می‌آید، می‌توان تغییرمکان وسط دهانه را محاسبه نمود. نتایج تحلیل تحقیق حاضر و نتایج آزمایشگاهی گستن و همکارانش در شکل (۷) با یکدیگر مقایسه شده‌اند.



شکل (۷): مقایسه نتایج به دست آمده از روش عددی و نتایج آزمایشگاهی [۲۵].

مقایسه‌ها تطابق خوب نتایج حاصل از پیشگویی عددی و نتایج آزمایشگاهی با اختلاف کمتر از ۰/۱۶٪ در تعیین بار حدی را نشان می‌دهد. باید توجه داشت که پس از آخرین نقطه به دست آمده از تحلیل برنامه همگرا نشده است که بیانگر گسیختگی تیر در زمان اعمال بار حدی می‌باشد. به بیان دیگر با اعمال بار حدی برنامه همگرا نشده است، چون گسیختگی رخ داده است. از شکل (۷) واضح است که رفتار سازه به دلیل عدم استفاده از آرماتور در ناحیه فشاری، دارای رفتاری شکننده می‌باشد.

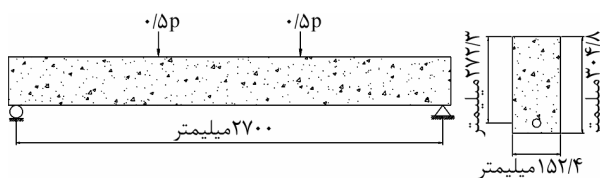
## ۷- نتیجه‌گیری

در این مقاله، روشی سریع و دقیق برای تحلیل غیرخطی اعضای سازه‌ای بتن مسلح پیشنهاد گردید. در آن ارزیابی رفتار غیر الاستیک اعضاء بتنی با استفاده از سطوح گسیختگی نیروی محوری-لنگرهای دو محوری صورت می‌گیرد. برای تحلیل از روش تحلیل ماتریسی غیرخطی استفاده شده است. با مدلسازی اعضاء بتن مسلح به صورت

نمونه‌های عددی مختلفی با این روش مورد ارزیابی و صحت‌سنجی قرار گرفتند که در مراجع شماره [۲۹] تا [۳۳] به آنها اشاره شده است. پس از به اثبات رسانیدن درستی نتایج الگوریتم محاسبه سطوح گسیختگی، به بررسی میزان دقت نتایج تحلیل غیرخطی توسط روش پیشنهادی پرداخته می‌شود. از این رو نتیجه تحلیل عددی غیرخطی یک تیر بتن آرمه با نتایج آزمایشگاهی آن مورد بررسی و مقایسه قرار می‌گیرند. در فرآیند تحلیل از روش سختی اولیه و معیار همگرایی تغییرمکان به منظور انجام تحلیل غیرخطی استفاده می‌شود.

## ۶- تیر بتن مسلح با تکیه‌گاههای ساده

گستن و همکارانش [۲۵] بر روی تیر بتن مسلح نمونه *TIMA* یک سری آزمایشها به منظور تعیین مقاومت آن انجام دادند که کواک و کیم [۲۰] نیز در تحقیقاتشان به نتایج آزمایشگاهی آنها استناد نمودند. مقاومت فشاری ۲۸ روزه بتن و مدول الاستیسیته آن به ترتیب برابر  $31/67 MPa$  و  $26/6 GPa$  تنش جاری شدن و مدول الاستیسیته میلگردها به ترتیب برابر  $317/35 MPa$  و  $194/2 GPa$  در نظر گرفته شدند. نسبت آرماتورهای طولی در قسمت کششی مقطع (ρ) برابر  $0/062$  و در قسمت فشاری مقطع از آرماتور استفاده نشده است. عرض مقطع  $152/4$  میلی‌متر، ارتفاع آن  $304/8$  میلی‌متر، ارتفاع مؤثر مقطع  $272/3$  میلی‌متر و طول تیر برابر  $2700$  میلی‌متر می‌باشد. مشخصات تیر و چگونگی بارگذاری آن در شکل (۶) نشان داده شده است. این تیر در فواصل  $1/3$  دهانه تحت بار افزایشنده تا  $47/07 kN$  قرار گرفت.



شکل (۶): تیر *TIMA* و شرایط بارگذاری [۲۵].

در تحلیل این تیر توسط روش پیشنهادی پنج گره، چهار عضو و دوازده درجه آزادی مدلسازی شدند. دو المان ابتدا و انتها هر کدام به طول  $0/9$  متر و دو المان میانی هر کدام به طول  $0/45$  متر تعریف شدند. حد فاصل دو بار

4. Davidster, M.D. (1986). Analysis of reinforced concrete columns of arbitrary geometry subjected to axial load and biaxial bending, A Computer Program for Exact Analysis, *Concrete International, Design and Construction*, **8**, 56-61.
5. Yan, C.Y., Chan, S.L., and So, A.K.W. (1993). Biaxial bending design of arbitrarily shaped reinforced concrete columns, *ACI Struct. J.*, **90**(3), 269-278.
6. Contaldo, M. and Faella. G. (1987). Un procedimento per il calcolo automatico per la verifica allo stato limite ultimo per tensioni normali di sezioni in c.a., *Giornale del Genio Civile*, **10**, 23-37.
7. Kwan, K.H. and Liaw, C.T. (1985). Computerized ultimate strength analysis of reinforced concrete sections subjected to axial compression and biaxial bending, *Comput. Struct.*, **21**(6), 1119-1127.
8. Landonio, M. and Perego, R. (1986). Un metodo generale per il calcolo automatico allo stato limite ultimo di sezioni in c.a. soggette a pressoflessione deviata, *La Prefabbricazione*, **2**(3), 112-130.
9. De Vivo, L. and Rosati, L. (1998). Ultimate strength analysis of reinforced concrete sections subject to axial force and biaxial bending, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, **166**, 261-287.
10. Bonet, J.L., Romero, M.L., Miguel, P.F., and Fernandez, M.A. (2004). A fast stress integration algorithm for reinforced concrete sections with axial loads and biaxial bending, *Computers and Structures*, **82**, 213-225.
11. Fafitis, A. (2001). Interaction surfaces of reinforced-concrete sections in biaxial bending, *J. Struct. Eng., ASCE*, **127**(7), 840-846.
12. Zupan, D. and Saje, M. (2005). Analytical integration of stress field and tangent material moduli over concrete cross-sections, *Computers and Structures*, **83**, 2368-2380.
13. Bonet, J.L., Miguel, P.F., Romero, M.L., and Fernandez, M.A. (2002). A modified algorithm for reinforced concrete cross section integration. In: Topping BHV, editor, *Proceedings of the 6<sup>th</sup>*

المانهای ماکرو، عضو سازه‌ای با حداقل درجات آزادی مدلسازی شده و در زمان تحلیل صرفه‌جویی چشمگیری صورت گرفته است، در حالی که دقت نتایج قابل مقایسه با نتایج آزمایشگاهی می‌باشد. این الگوریتم قادر به محاسبه نمودارهای لنگر- انحناء، منحنی‌های برهمکنش نیروی محوری- لنگر خمشی و سطوح گسیختگی نیروی محوری- لنگرهای دو محوری در فضای سه بعدی برای مقاطع بتن مسلح می‌باشد. از دیگر مزایای آن می‌توان به مدلسازی دقیق رفتار غیرخطی بتن در کشش و فشار و مدلسازی رفتار الاستوپلاستیک کامل فولاد اشاره نمود. برای تأثیر دادن خاموتها از ضریب تشدید مقاومت و جهت تعیین سطح گسیختگی از روش فیبری استفاده شده است. در این روش پیشنهادی وضعیت تنشها، تغییرمکانها و ... فقط در گره- های ابتدایی و انتهایی اعضاء قابل پیش‌بینی هستند. الگوریتم پیشنهادی، برای تحلیل غیرخطی سازه‌های مرتفع بتن مسلح مناسب و به صرفه است و این در حالی است که نرم‌افزارهای تجاری موجود به علت هزینه محاسباتی بالای آنها در مدلسازی و تحلیل، قابل کاربرد در تحلیل غیرخطی سازه‌های مرتفع بتن مسلح نمی‌باشند. به منظور اثبات صحت و دقت عملکرد این الگوریتم، نتایج آن با دو نتیجه آزمایشگاهی مقایسه شدند و همخوانی مناسبی با میزان خطای کمتر از ۰/۰۶٪ به دست آمد که نشان‌دهنده پیش‌بینی نزدیک به واقعیت روش پیشنهادی می‌باشد.

## ۸- مراجع

1. Cerverae, M. and Hinton, H. (1987). Nonlinear analysis of reinforced concrete plate and shell structures using 20-noded isoparametric brick elements, *Computers and Structures*, **25**, 845-869.
2. Wolanski, A.J. (2004). Flexural behavior of reinforced and prestressed concrete beams using finite element analysis, Master of Science Thesis, Marquette University, Milwaukee, WI.
3. Kotsovos, M.D. and Spiliopoulos, K.V. (1998). Modelling of crack closure for finite-element analysis of structural concrete, *Computers and Structures*, **69**, 383-398.



- limits, *Engineering Structures*, **31**, 3065-3071.
24. Peneli, G.G. and Kappos, A.J. (1997). Earthquake-resistant concrete structures, E and FN Spon ed.
  25. Gaston, J.R., Siess, C.P., and Newmark, N.M. (1972). A layered finite element non-linear analysis of reinforced concrete plates and shells, *Civil Engineering Studies*, SRS No. 389, Univ. of Illinois, Urbana.
  26. De Vivo, L. and Rosati, L. (1998). Ultimate strength analysis of reinforced concrete sections subject to axial force and biaxial bending, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, **166**, 261-287.
  27. Hognestad, E. (1951). A study of combined bending and axial load in reinforced concrete members, University of Illinois, Engineering Experimental Station, Bulletin Series No 399, 128p.
  ۲۸. رضایی‌پژند، محمد (۱۳۷۶). تحلیل ماتریسی سازه‌ها، مشهد، انتشارات آستان قدس رضوی.
  29. Akhaveissy, A.H. and Rabiei Ghahfarokhi, M. (2011). Bending moment-axial force interaction surface for RC shear wall I shape, *Proceedings of the Sixth International Conference of Seismology and Earthquake Engineering*, Tehran, Iran, Article N. 1161.
  30. Rabiei Ghahfarokhi, M. and Akhaveissy, A.H. (2011). Determination of failure surface for reinforced concrete shear walls with arbitrary shapes, *Proceedings of the 1<sup>st</sup> International Conference on Urban Construction in the Vicinity of Active Faults*, Tabriz, Iran, Article N. 8 in Seismic Performance of Structures Session.
  ۳۱. اخویسی، امیر هوشنگ و ربیعی قهفرخی، مرجان (۱۳۹۰). تعیین سطوح گسیختگی مقاطع بتن مسلح تقویت شده به وسیله FRP با استفاده از روش فیبری، اولین کنفرانس ملی مدیریت بحران: زلزله و آسیب‌پذیری اماکن و شریان‌های حیاتی، مقاله شماره ۳۹۲، تهران، ایران.
  32. Rabiei Ghahfarokhi, M. and Akhaveissy, A.H. (2011). Bending moment-axial force failure *International Conf. on Computational Structures Technology*, Civil-Comp Press; Article 120.
  14. Bonet, J.L., Barros, M.H.F.M., and Romero, M.L. (2006). Comparative study of analytical and numerical algorithms for designing reinforced concrete sections under biaxial bending, *Computers and Structures*, **84**, 2184-2193.
  15. Sousa, Jr. J.B.M. and Muniz, C.F.D.G. (2007). Analytical integration of cross section properties for numerical analysis of reinforced concrete, steel and composite frames, *Engineering Structures*, **29**, 618-625.
  16. Izzuddin, B.A. and Smith, D.L. (2000). Efficient nonlinear analysis of elasto-plastic 3D R/C frames using adaptive techniques, *Computers and Structures*, **78**, 549-573.
  17. Izzuddin, B.A., Siyam, A.A.F.M., and Lloyd, S.D. (2002). An efficient beam-column formulation for 3D reinforced concrete frames, *Computers and Structures*, **80**, 659-676.
  18. Kim, J.K. and Lee, S.S. (2000). The behavior of reinforced concrete columns subjected to axial force and biaxial bending, *Engineering Structures*, **23**, 1518-1528.
  19. Yalcin, C. and Saatcioglu, M. (2000). Inelastic analysis of reinforced concrete columns, *Computers and Structures*, **77**, 539-555.
  20. Kwak, H.G., Mpakis, A.E., and Koumoussis, V.K. (2008). and Kim, S.P. (2002). Nonlinear analysis of RC beams based on moment-curvature relation, *Computers and Structures*, **80**, 615-628.
  21. Sfakianakis, M.G. (2002). Biaxial bending with axial force of reinforced, composite and repaired concrete sections of arbitrary shape by fiber model and computer graphics, *Advances in Engineering Software*, **33**, 227-242.
  22. Charala Ultimate strength analysis of composite sections under biaxial bending and axial load, *Advances in Engineering Software*, **39**, 923-936.
  23. Pallarés, L., Miguel, P.F., and Fernández-Prada, M.A. (2009). A numerical method to design reinforced concrete sections subjected to axial forces and biaxial bending based on ultimate strain

## ۹- پانوش

۱- Thick Layer Integration (TLI)

۲- Modified Thick Layer Integration (MTLI)

## ۱۰- پیوست

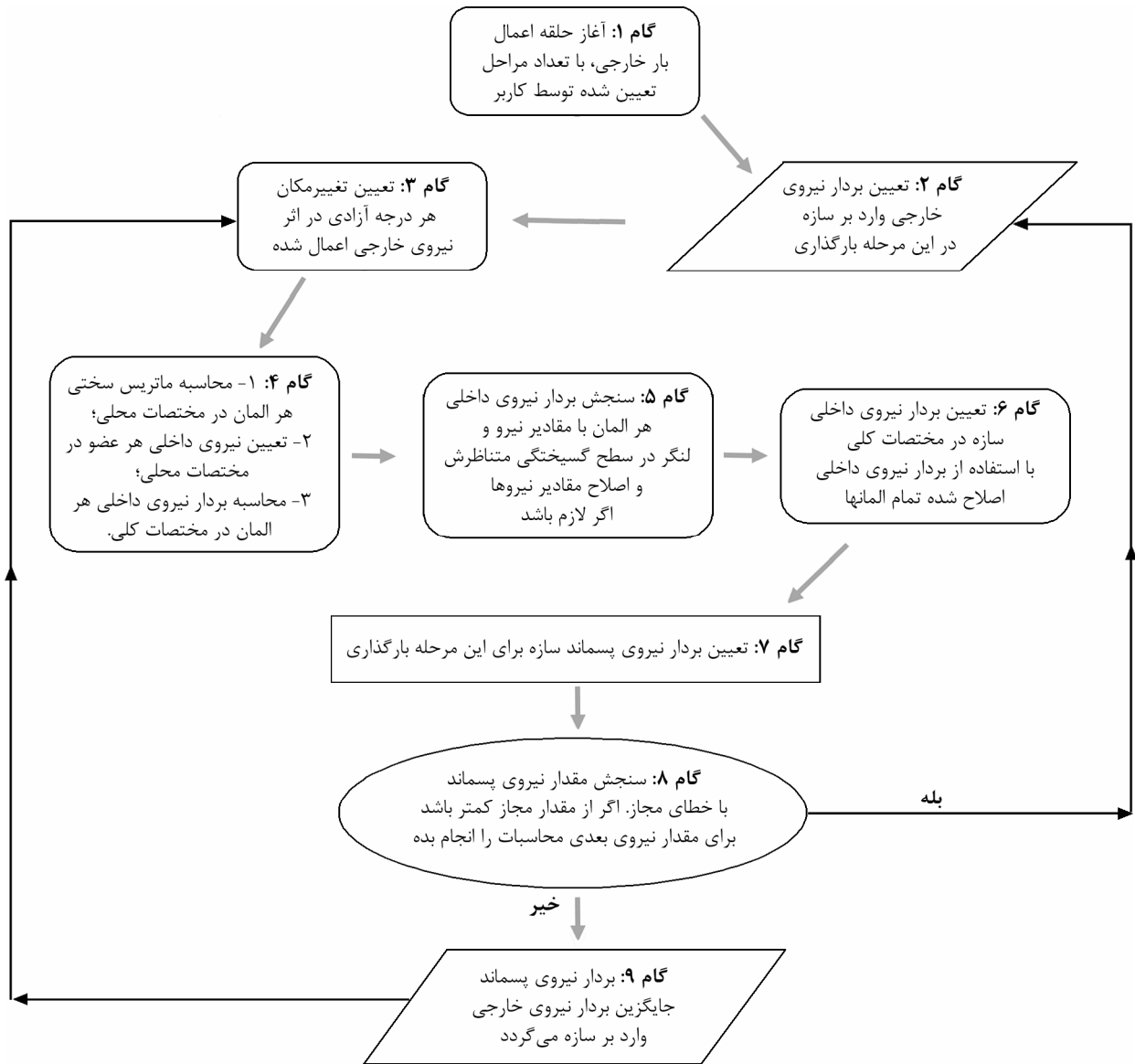
مراحل اصلی گام به گام برای الگوریتم محاسبه سطح گسیختگی برای مقدار نیرو محوری مشخص و زاویه چرخش صفر تا خنثی و الگوریتم تحلیل غیرخطی ماتریسی با استفاده از سطوح گسیختگی در نمودارهای (۱) و (۲) نشان داده شده‌اند.

surface for RC T shape thin columns strengthen by FRP, *Proceedings of the 1<sup>st</sup> International Conference on Urban Construction in the Vicinity of Active Faults*, Tabriz, Iran, Article N. 28 in Seismic Performance of Structures Session.

33. Rabiei Ghahfarokhi, M. and Akhaveissy, A.H. (2011). Bending moment-axial force failure surface for buckling resistant braces (BRB), *Proceedings of the 1<sup>st</sup> International Conference on Urban Construction in the Vicinity of Active Faults*, Tabriz, Iran, Article N. 47 in Seismic Performance of Structures Session.



نمودار (۱): الگوریتم محاسبه سطح گسیختگی برای مقدار نیرو محوری مشخص و زاویه چرخش صفر تا خنثی.



نمودار (۲): الگوریتم تحلیل غیرخطی ماتریسی با استفاده از سطوح گسیختگی.