

تجزیه شتابنگاشت زلزله با استفاده از تبدیل گسسته موجکی

علی حیدری، استادیار بخش مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شهرکرد
سجاد رحمانی، دانشجوی کارشناسی مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شهرکرد

استفاده از طیف فرکانسی، می‌توان محتوای فرکانسی موج را که نشان‌دهنده آهنگ تغییرات در آن است، مشاهده کرد. اگر در طیف فرکانسی، متغیر مورد نظر در طول زمان ثابت باشد، فرکانس آن صفر است. اگر تغییرات سریع باشد فرکانس‌های موج، بالا و اگر تغییرات کم باشد، فرکانس‌های آن پایین است.

یکی از روش‌های محاسبه فرکانس‌های یک موج، استفاده از تبدیل فوریه است. اگر از یک موج، تبدیل فوریه گرفته شود، محتوای فرکانسی موج، که نشان‌دهنده فرکانس‌های آن است، به دست می‌آید. تبدیل فوریه، با تمامی توانمندیها، معایبی هم دارد. در این روش، موج پایه، موج سینوسی است که از $-\infty$ تا $+\infty$ به طور یکنواخت امتداد دارد؛ در حالی که محتوای فرکانسی هر موج سینوسی، یک نقطه است و گاهی در موجهای غیر هارمونیک ایجاد ناپایداری می‌کند. تبدیل فوریه فقط محتوای فرکانسی موج را مشخص می‌کند و زمان وقوع هر فرکانس را نشان نمی‌دهد. برای رفع این مشکل از تبدیل قطعه‌ای فوریه استفاده می‌شود. اگرچه تبدیل قطعه‌ای فوریه، زمان وقوع هر فرکانس را مشخص می‌کند، لیکن پارامتر مهمی که در این روش وجود دارد انتخاب مناسب عرض و ارتفاع تابع پنجره است. انتخاب مناسب تابع پنجره، در نتیجه نهایی تأثیر بسزایی دارد. عرض زیاد پنجره، در موجهای ناپایا، ممکن است پایایی قطعه انتخابی را از بین ببرد. موج پایا موجی است که فرکانس‌های تشکیل دهنده آن در کل زمان وقوع موج، حادث می‌شود و موج ناپایا، موجی است که در لحظات مختلف، فرکانس‌های متفاوتی دارد [۲].

برای رفع مشکلات تبدیل فوریه، از روش تبدیل موجک استفاده می‌شود [۳]. در این روش به جای استفاده از توابع هارمونیک، از توابع دیگری که به نام توابع مادر و مقیاس معروفند استفاده می‌شود [۴]. از توابع مادر، در تبدیل پیوسته و از توابع مادر و مقیاس در تبدیل گسسته موجکی

۱- چکیده

تبدیل گسسته موجکی^۱ یکی از انواع روش‌های تبدیل موجکی است. در این روش، موج اصلی به دو موج که یکی شامل فرکانس‌های بالا و دیگری شامل فرکانس‌های پایین است، تجزیه می‌شود. با استفاده از فیلترهای پایین‌گذار، می‌توان فرکانس‌های بالای موج را حذف نمود و تقریبی از آن را به دست آورد. همچنین با استفاده از فیلتر بالاگذار، می‌توان فرکانس‌های پایین موج را حذف کرد و جزئیات موج را به دست آورد. با تأثیر همزمان این دو فیلتر بر موج، می‌توان آن را به دو قسمت با فرکانس‌های بالا و پایین تجزیه کرد. در این مقاله با استفاده از تبدیل گسسته موجکی، شتابنگاشت زلزله‌های متعددی در چندین مرحله تجزیه شده است. در هر مرحله از تجزیه، موج قبلی، به دو موج تجزیه شده است. این کار را می‌توان به دفعات متعدد انجام داد و در هر مرحله، تعداد نقاط شتابنگاشت زلزله را کاهش داد. این روش قابل برگشت است و با استفاده از مقادیر تجزیه شده، می‌توان موج اصلی را بازسازی کرد. خطای بازسازی در این روش بسیار ناچیز است.

کلیدواژه‌ها: تبدیل فوریه، تبدیل گسسته موجکی، شتابنگاشت زلزله، تحلیل دینامیکی

۲- مقدمه

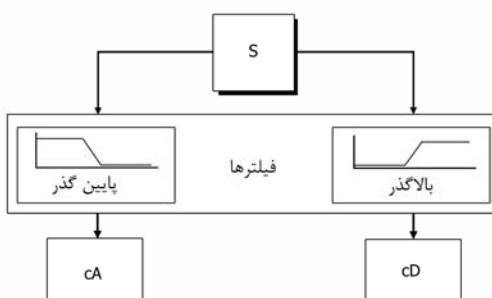
تبدیل موجکی^۲ روشی ریاضی با قدمت ۲۶ ساله است [۱]. از نظر ریاضی، تبدیل در یک موج، اطلاعات بیشتری از موج خام را در اختیار می‌گذارد. معمولاً منحنی موج بر حسب زمان، معرف خوبی از موج نیست و اطلاعات مفیدی از موج در محتوای فرکانسی آن است، که در منحنی زمان مشخص نیست. با تبدیل موج در محدوده فرکانسی، می‌توان اطلاعات بهتری از موج را مشاهده کرد. با

1. Discrete Wavelet Transform
2. Wavelet Transform

۳- تبدیل گسسته موجکی

یک روش کارآمد برای تجزیه یک موج به فرکانس‌های بالا و پایین، استفاده از فیلترهایی است که در سال ۱۹۸۸ توسط مالات ارائه شد [۱۱]. الگوریتم مالات در واقع یک طرح شناخته شده کلاسیک در پردازش امواج و معروف به رمزگذاری دوکانالی است. در این روش، یک موج وارد و دو موج، که شامل ضرایب موج اصلی است، خارج می‌شود. در بسیاری از امواج، محتوای فرکانس پایین، مهمترین بخش موج و فرکانس بالا، نشان‌دهنده جزئیات یا نکات دقیق و ظریف موج است. به عنوان مثال، اگر مؤلفه‌های فرکانس بالای صدای یک فرد حذف شود، اگرچه صدای شنیده شده متفاوت است، اما باز هم قابل تشخیص خواهد بود و می‌توان مطالب آن را متوجه شد؛ اما اگر به مقدار کافی، از فرکانس‌های پایین صدای وی حذف شود، دیگر صدای شخص قابل تشخیص نیست و کلمات نامفهومی شنیده می‌شود که از روی آنها نمی‌توان موضوع صحبت را تشخیص داد.

در تبدیل گسسته موجکی، اغلب در مورد موج تقریبی و جزئی صحبت می‌شود. موج تقریبی، مؤلفه‌های با فرکانس پایین موج و موج جزئی، مؤلفه‌های با فرکانس بالای موج است. فرآیند فیلتر کردن در شکل (۱) نشان داده شده است. در این فرآیند موج اصلی (S)، از میان دو فیلتر بالا و پایین گذر، که مکمل یکدیگرند، عبور داده شده و به دو موج جدید تبدیل می‌شود. موجی که نشان‌دهنده فرکانس‌های پایین است، موج تقریبی (cA) و موجی که نشان‌دهنده فرکانس‌های بالاست موج جزئی (cD) نامیده می‌شود.



شکل (۱): فرآیند اعمال فیلترهای بالا و پایین گذر

با انجام این کار بر روی یک موج، تعداد نقاط موج به دو برابر افزایش می‌یابد. برای مثال، اگر موج اصلی، ۱۰۰۰ نقطه داشته باشد، هر یک از سیگنال‌های خروجی نیز

برای جداسازی فرکانس‌های مختلف موج استفاده می‌شود. بعضی از توابع مادر رابطه صریح ریاضی دارند و بعضی از آنها عبارت صریح ریاضی ندارند [۵].

در این تحقیق، ابتدا موج زلزله از میان دو فیلتر پایین و بالا گذر عبور داده شده‌اند و دو موج که به موج تقریبی^۳ و cD_j موج جزئی^۴ معروفند، ایجاد و در هر مرحله با cA_j و cD_j نشان داده شده‌اند؛ اما مسئله این است که در هر مرحله، با استفاده از فیلترها، از موج اصلی، دو موج با تعداد نقاطی برابر با موج اصلی به دست می‌آید که باعث افزایش تعداد نقاط موج به دو برابر می‌شود. برای غلبه بر این مشکل، از روش کاهش نمونه‌برداری^۵ استفاده می‌شود [۶]. در روش کاهش نمونه‌برداری از هر دو نقطهٔ متوالی یکی حفظ و دیگری حذف می‌شود؛ بنابراین تعداد نقاط هر موج، تقریباً نصف تعداد نقاط موج اصلی می‌شود. پس از این مرحله، باز هم می‌توان تعداد نقاط موج را کاهش داد. با توجه به اینکه بیشترین انرژی موج در موج تقریبی آن و شکل آن به موج اصلی شبیه است، عمل فیلترگذاری برای این قسمت از موج انجام و موج cA_1 به دو موج cA_2 و cD_2 تبدیل می‌شود که تعداد نقاط هر کدام از این موجها تقریباً نصف تعداد نقاط cA_1 است. اگرچه به طور فرضی این کار را می‌توان به تعداد \log_2^N مرتبه انجام داد (N تعداد نقاط موج است)، لیکن در تحلیل دینامیکی، موجی که شباهت زیادی به موج اولیه دارد و تعداد نقاط آن نیز به حد کافی کم باشد، مورد نیاز است. تحقیقات، نشان داده که با انجام روند مذکور تا سه مرحله، خطای حاصل از تحلیل دینامیکی کمتر از ۱۰ درصد و زمان تحلیل حدود ۹۰ درصد کاهش یافته است [۱۰-۷].

در حقیقت، تبدیل گسسته موجکی همانند یک بانک فیلتری^۶ عمل می‌کند [۶]. بانک فیلتری، مجموعه‌ای از فیلترهای پایین و بالا گذر است که با ترکیب همزمان آنها با یکدیگر می‌توان یک موج را به فرکانس‌های تشکیل دهنده آن تجزیه کرد و یا از روی فرکانس‌های تشکیل دهنده آن، موج را بازسازی کرد. در این تحقیق از روش مالات^۷ [۱۱] استفاده شده است.

3. Approximate Wave

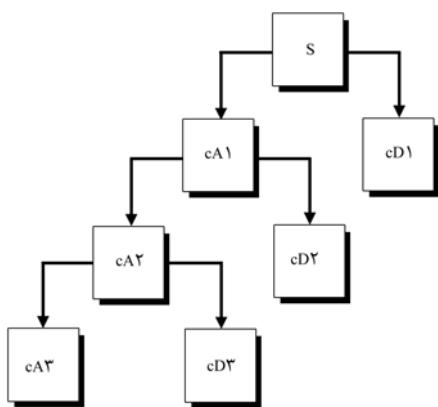
4. Detail Wave

5. Downsampling

6. Filter Bank

7. Mallat

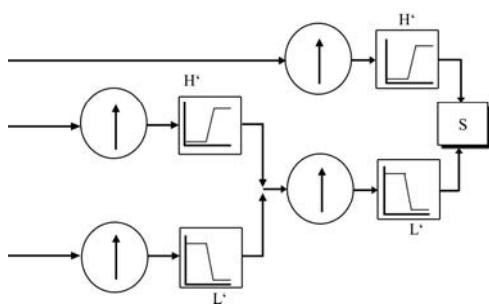
از نظر تئوری این تجزیه را می‌توان به تعداد \log^N مرتبه انجام داد؛ لیکن در تحلیل‌های دینامیکی، موجی که شباهت زیادی به موج اولیه داشته باشد و تعداد نقاط آن نیز به حد کافی کم باشد، مورد نیاز است.



شکل (۴): تجزیه چند مرحله‌ای موجکی

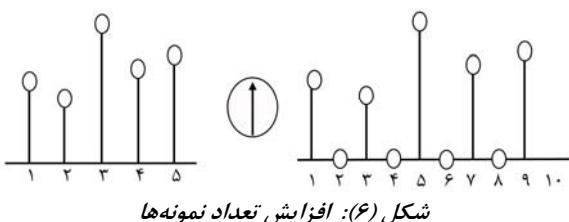
۵- بازسازی موج

در این روش، بدون کم شدن اطلاعات موج اصلی، می‌توان آن را بازسازی کرد. فرآیند بازسازی، تبدیل گستته موجکی معکوس^۸ نامیده می‌شود. نحوه بازسازی یک موج از روی ضرایب آن در شکل (۵) نشان داده شده است.



شکل (۵): بازسازی یک موج

در تجزیه موج، از کاهش نمونه‌برداری و در بازسازی آن، از افزایش نمونه‌گذاری^۹ (↑) استفاده می‌شود. در این فرآیند (شکل (۶)، با قرار دادن صفرهایی در میان داده‌ها، تعداد آنها افزایش داده می‌شود [۶].

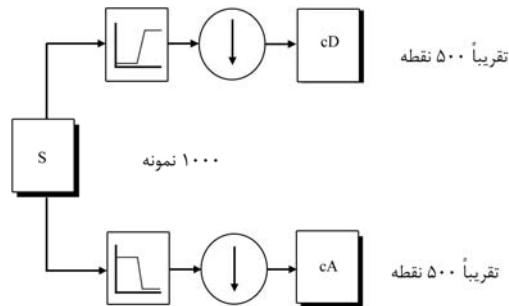


شکل (۶): افزایش تعداد نمونه‌ها

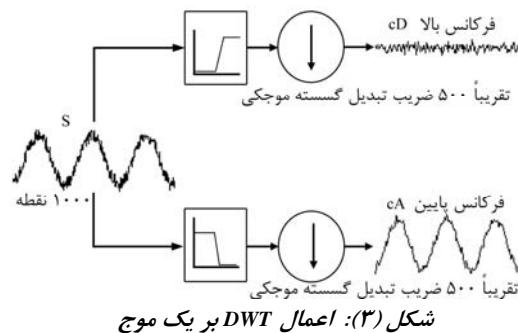
8. Inverse Discrete Wavelet Transform
9. Upsampling

۱۰۰۰ نقطه خواهد داشت و تعداد کل نقاط به ۲۰۰۰ نقطه افزایش خواهد یافت.

یکی از روش‌های کاهش تعداد نقاط، استفاده از روش کاهش نمونه‌برداری است. در این روش (شکل ۲) که با عالمت ↓ مشخص شده، نقاط به صورت یک در میان حذف می‌شوند. با این کار، تعداد نقاط موج، نصف و مجموع نقاط دو موج، برابر موج اصلی می‌شود. موجهای حاصل شده در این مرحله (cD و cA)، هر یک تقریباً ۵۰۰ نقطه دارند (شکل ۲). برای درک بهتر این فرآیند، یک مرحله از جداسازی تبدیل موجکی بر روی یک موج در شکل (۳) نشان داده شده است. در این مثال، موج اصلی شبیه تابع سینوسی بوده که نویه‌های با فرکانس بالا به آن اضافه شده است.



شکل (۲): تجزیه موج به موج تقریبی و جزئی



شکل (۳): اعمال DWT بر یک موج

از روی شکل مشخص است که ضرایب جزئی (cD) کوچک و نویه‌ها شامل فرکانس‌های بالاست. اگرچه در این مرحله نیز ضرایب تقریبی (cA) نویه‌های کوچکی دارند، اما نسبت به موج اصلی بسیار کمتر شده و آنها را نیز می‌توان با تکرار این فرآیند، کاهش داد.

۴- تجزیه چند مرحله‌ای

فرآیند تجزیه مذکور را می‌توان تکرار کرد و موج تقریبی به دست آمده در هر مرحله را به دو موج دیگر تجزیه نمود. این کار تجزیه مرحله‌ای موجکی نام دارد (شکل ۴).

۶- تجزیه شتابنگاشت زلزله

در این قسمت نحوه تجزیه شتابنگاشت زلزله با استفاده از تبدیل گسسته موجکی شرح داده شده است. ضرایب امواج تقریبی (cA_j) و جزئی (cD_j) موج زلزله با استفاده از روابط (۱) و (۲) به دست می‌آیند:

$$cA_j = \sum_n \ddot{y}(n)L_j(n - 2^j k) \quad (1)$$

$$cD_j = \sum_n \ddot{y}(n)H_j(n - 2^j k) \quad (2)$$

در روابط (۱) و (۲)، \ddot{y} شتابنگاشت زلزله، n تعداد نقاط شتابنگاشت زلزله، z نشان‌دهنده شماره مرحله تجزیه، k عددی صحیح، L_j فیلتر پایین‌گذر و H_j فیلتر بالا‌گذر است. مقادیر L_j و H_j از یک مرحله به مرحله بعد با استفاده از روابط (۳)، (۴)، (۵) و (۶) به دست می‌آیند [۱۱]:

$$H_j(n) = H(n) \quad (3)$$

$$L_j(n) = L(n) \quad (4)$$

$$H_{j+1}(n) = \sum_k H_j(k)H(n - 2k) \quad (5)$$

$$L_{j+1}(n) = \sum_k L_j(k)H(n - 2k) \quad (6)$$

روابط مذکور نشان می‌دهند که این روش شبیه فرضیه فیلترها و تبدیل گسسته موجکی، متناظر با تجزیه بانک فیلتری و معکوس آن نیز متناظر با ترکیب بانک فیلتری است.

موج اصلی را نیز می‌توان با استفاده از رابطه (۷) بازسازی کرد:

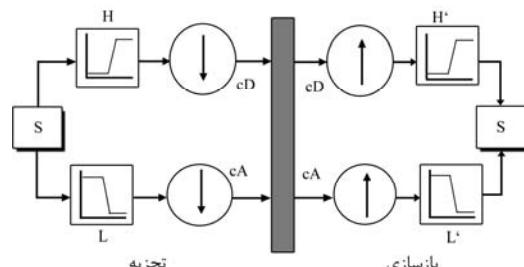
$$s(n) = \sum_{j=1}^J \sum_k cA_j L'_j(n - 2^j k) + \sum_{j=1}^J \sum_k cD_j H'_j(n - 2^j k) \quad (7)$$

در رابطه (۷)، s متناظر با \ddot{y} است؛ ولی باید با یکدیگر برابر باشند. اختلاف موج اولیه با موج بازسازی شده بسیار کم است (جدول ۱).

فیلترهای H ، H' و L که برای تجزیه و بازسازی موج استفاده می‌شوند، با استفاده از رابطه (۸) به دست می‌آیند [۱۱]:

۱-۵- فیلترهای بازسازی

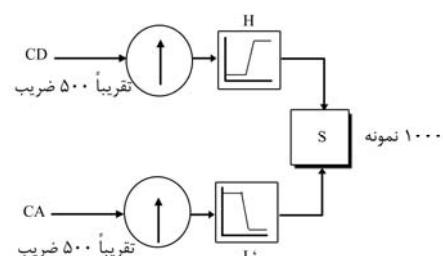
فیلترهای تجزیه بالا و پایین‌گذر (H و L ، به فیلترهای بازسازی (H' و L') وابسته‌اند و سیستمی را تشکیل می‌دهند که به فیلترهای انعکاسی تجمیع معروفند. مجموع فیلترهای تجزیه^{۱۰} و بازسازی^{۱۱}، که همانند تصویر در یک آینه‌اند، در شکل (۷) نشان داده شده‌اند [۱۲].



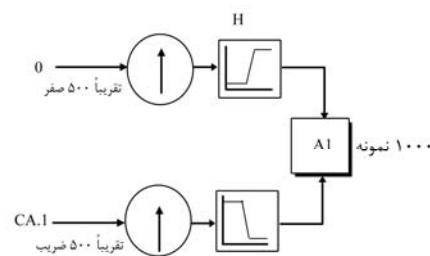
شکل (۷): ترکیب فیلترهای تجزیه و بازسازی

۲-۵- بازسازی موج

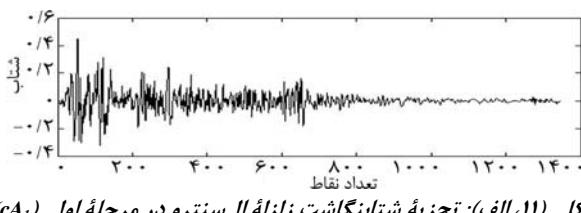
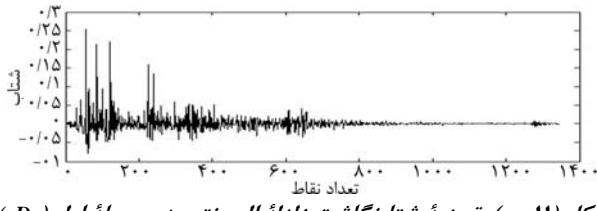
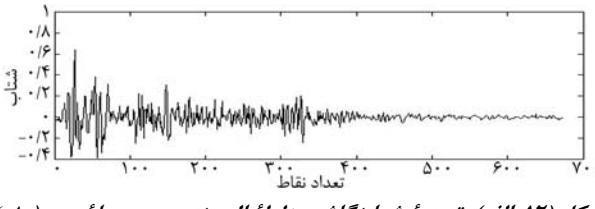
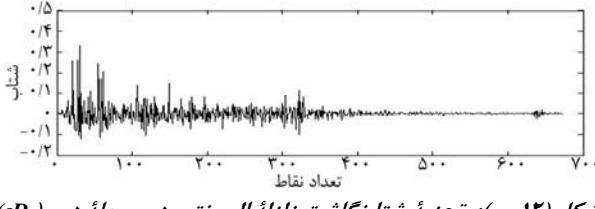
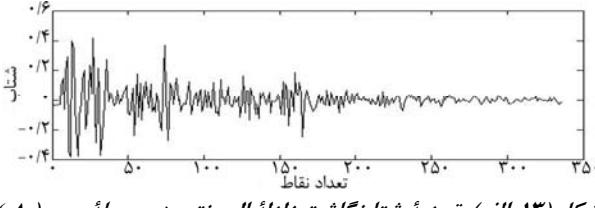
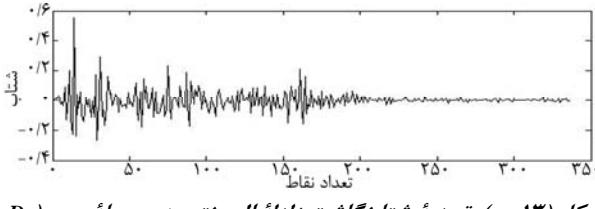
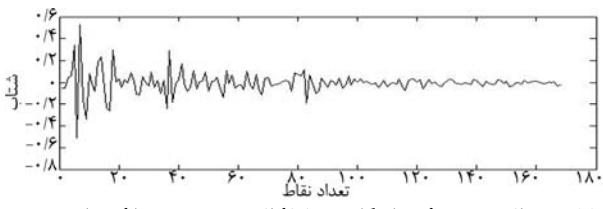
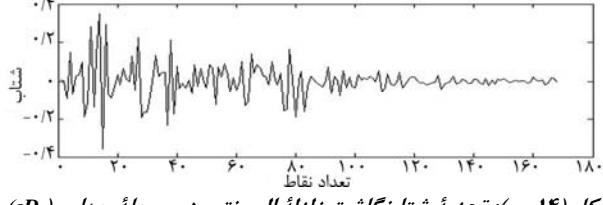
موج اصلی را می‌توان با استفاده از ضرایب موج تقریبی و جزئی بازسازی کرد (شکل ۸). با توجه به تأثیر کم ضرایب موج جزئی (cD) در بازسازی موج می‌توان فقط از ضرایب موج تقریبی (cA) استفاده نمود و به جای ضرایب cD ، صفر قرار داد (شکل ۹). اگرچه با این کار تعدادی از فرکانس‌های بالای موج اصلی حذف می‌شوند، لیکن اختلاف موج حاصل با موج اصلی خیلی زیاد نیست و قابل چشم پوشی است [۱۱].



شکل (۸): بازسازی موج



شکل (۹): بازسازی موج بدون D

شکل (۱۱، الف): تجزیه شتابنگاشت زلزله الستترو در مرحله اول (cA_1)شکل (۱۱، ب): تجزیه شتابنگاشت زلزله الستترو در مرحله اول (cD_1)شکل (۱۲، الف): تجزیه شتابنگاشت زلزله الستترو در مرحله دوم (cA_2)شکل (۱۲، ب): تجزیه شتابنگاشت زلزله الستترو در مرحله دوم (cD_2)شکل (۱۳، الف): تجزیه شتابنگاشت زلزله الستترو در مرحله سوم (cA_3)شکل (۱۳، ب): تجزیه شتابنگاشت زلزله الستترو در مرحله سوم (cD_3)شکل (۱۴، الف): تجزیه شتابنگاشت زلزله الستترو در مرحله چهارم (cA_4)شکل (۱۴، ب): تجزیه شتابنگاشت زلزله الستترو در مرحله چهارم (cD_4)

جدول (۱): حداقل مقدار خطای بازسازی موج اصلی

تفت	الستترو	حداقل خطای بازسازی
$5/5 \times 10^{-17}$	$5/5 \times 10^{-17}$	مرحله ۱
$5/5 \times 10^{-17}$	$1/1 \times 10^{-16}$	مرحله ۲
$5/5 \times 10^{-17}$	$1/1 \times 10^{-16}$	مرحله ۳
$5/5 \times 10^{-17}$	$1/1 \times 10^{-16}$	مرحله ۴
$5/5 \times 10^{-17}$	$1/1 \times 10^{-16}$	مرحله ۵

$$H' = \frac{\phi}{\|\phi\|} \quad \rightarrow \quad H(n) = H'(-n)$$

↓

$$L' = QMF(H') \rightarrow L(n) = L'(-n) \quad (8)$$

نیز به صورت رابطه (۹) بیان می‌شود:

$$L'(k) = (-1)^{k+1} H'(2N+1-k) \quad k = 1, 2, \dots, 2N \quad (9)$$

همچنین ϕ تابع مقیاس است که در این تحقیق با رابطه‌های (۱۰) و (۱۱) در نظر گرفته شده است [۱۳].

$$\psi(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t < 0.5 \\ -1 & 0.5 \leq t < 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (10)$$

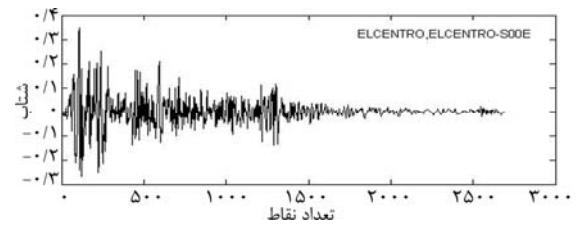
$$\phi(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (11)$$

۷- تجزیه چند شتابنگاشت زلزله

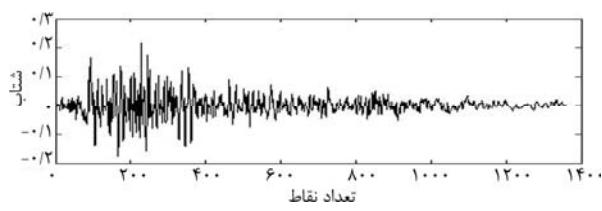
در این قسمت به تجزیه شتابنگاشت چند زلزله در مراحل مختلف و در جدول (۱) به مقدار خطای بازسازی موج اشاره شده است.

۷-۱- تجزیه شتابنگاشت زلزله الستترو

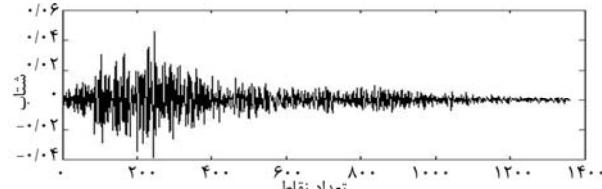
شتابنگاشت زلزله ۱۹۴۰ الستترو در شکل (۱۰) نشان داده شده است. در شکلهای (۱۱)، (۱۲)، (۱۳)، (۱۴) و (۱۵) تجزیه مراحل اول تا پنجم شتابنگاشت زلزله مذکور نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که، منحنی ضرایب cA به موج مرحله قبل بسیار شبیه و حاوی اطلاعات اصلی موج است.



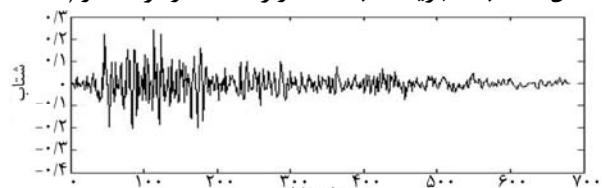
شکل (۱۰): شتابنگاشت زلزله ۱۹۴۰ الستترو



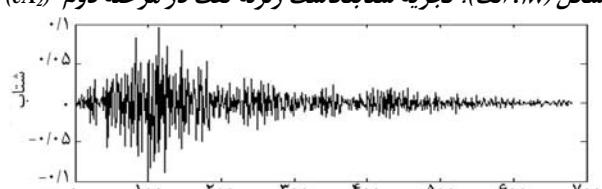
شکل (۱۷، االف): تجزیه شتابنگاشت زلزله تفت در مرحله اول



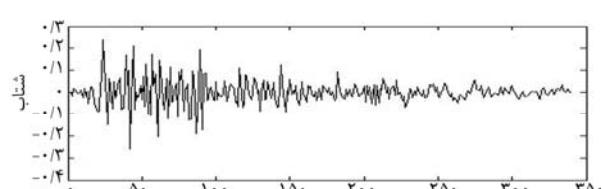
شکل (۱۷، ب): تجزیه شتابنگاشت زلزله تفت در مرحله دوم



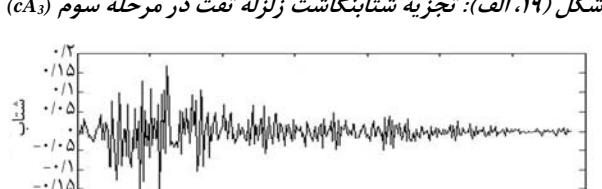
شکل (۱۸، االف): تجزیه شتابنگاشت زلزله تفت در مرحله دوم



شکل (۱۸، ب): تجزیه شتابنگاشت زلزله تفت در مرحله دوم



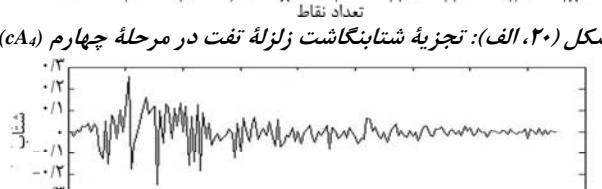
شکل (۱۹، االف): تجزیه شتابنگاشت زلزله تفت در مرحله سوم



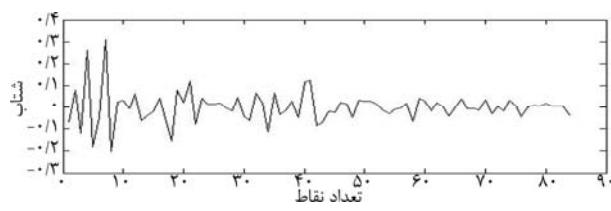
شکل (۱۹، ب): تجزیه شتابنگاشت زلزله تفت در مرحله سوم



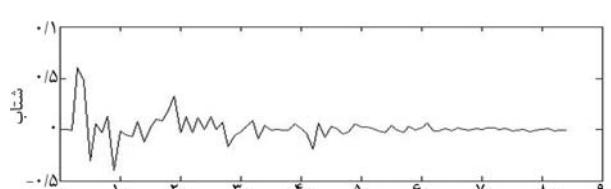
شکل (۲۰، االف): تجزیه شتابنگاشت زلزله تفت در مرحله چهارم



شکل (۲۰، ب): تجزیه شتابنگاشت زلزله تفت در مرحله چهارم



شکل (۱۵، االف): تجزیه شتابنگاشت زلزله ال سنترو در مرحله پنجم

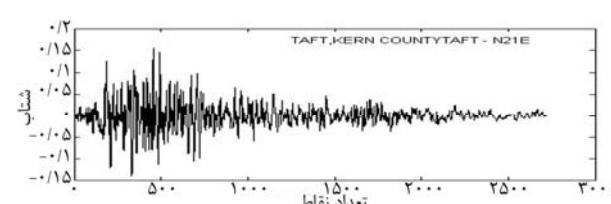


شکل (۱۵، ب): تجزیه شتابنگاشت زلزله ال سنترو در مرحله پنجم

۲-۷- تجزیه شتابنگاشت زلزله تفت

شتابنگاشت زلزله ۱۹۵۲ تفت در شکل (۱۶) نشان داده شده است. در شکلهای (۱۷)، (۱۸)، (۱۹)، (۲۰) و (۲۱) تجزیه مراحل اول تا پنجم شتابنگاشت زلزله مذکور نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که، منحنی ضرایب cA به موج مرحله قبل بسیار شبیه و حاوی اطلاعات اصلی موج است.

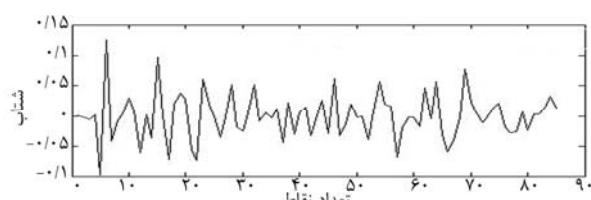
با استفاده از نتایج به دست آمده از تجزیه در شتابنگاشت قبل مشاهده می‌شود که در هر مرحله منحنی cA به منحنی cA در مرحله قبل بسیار شبیه و تنها شکستگی‌های جزئی آن حذف شده است. در تحلیل‌های دینامیکی، گاهی اوقات با کاهش تعداد نقاط زلزله، زمان تحلیل لحظه به لحظه را کاهش می‌دهند. این کار، گاهی باعث حذف نقاط مهم شتابنگاشت زلزله می‌شود. با استفاده از هر یک از cA ها می‌توان سازه را تحلیل دینامیکی و سپس با یک روند برگشتی، پاسخ دینامیکی آن را بازسازی کرد. بدینهی است که اگر دقت زیادی متنظر باشد می‌توان ترکیب پاسخهای cD و cA به دست آورد. تحقیقات انجام شده در این زمینه نشان داده که با حذف cD ، پاسخ دینامیکی، اختلاف زیادی نخواهد داشت [۸].



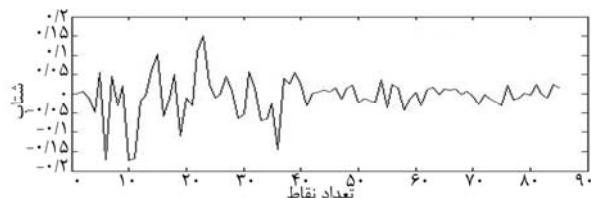
شکل (۱۶): شتابنگاشت زلزله ۱۹۵۲ تفت

(2007). *Wavelet toolbox users guide: for use with MATLAB*. The math. Works.

6. Strang, G., Nguyen, T. (1996). *Wavelets and filter banks*. New York: Wellesley-Cambridge Press.
7. Salajegheh, E., Heidari, A. (2002). Dynamic analysis of structures against earthquake by combined wavelet transform and fast Fourier transform. *Asian J. Struct. Eng.*, 3, 75-87.
8. Salajegheh, E., Heidari, A. (2005). Time history dynamic analysis of structures using filter banks and wavelet transforms. *Compu. Struct.*, 83, 53-68.
9. Salajegheh, E., Heidari, A. (2004). Optimum design of structures against earthquake by wavelet transforms and filter banks. *Int. J. Earth. Eng. Struct. Dyn.*, 34, 67-82.
10. Salajegheh, E., Heidari, A., Saryazdi, S. (2005). Optimum design of structures against earthquake by discrete wavelet transform. *Int. J. Num. Meth. Eng.* 62, 2178-2192.
11. Mallat, S. (1989). A theory for multiresolution signal decomposition: The wavelet representation. *IEEE Tran. Pat. Anal. Mach. Intel.*, 11, 674-693.
12. Sheng, Y. (1996). *Wavelet transform: In the transforms and applications handbook*. Boca Raton: CRC Press.
13. Daubechies, I. (1992). Ten lectures on wavelets. *CBMS-NSF conference series in applied mathematics*. New York.



شکل (۲۱، االف): تجزیه شتابنگاشت زلزله تفت در مرحله پنجم (cA_5)



شکل (۲۱، ب): تجزیه شتابنگاشت زلزله تفت در مرحله پنجم (cD_5)

۸- نتیجه‌گیری

با استفاده از روش تبدیل گسسته موجکی براحتی می‌توان فرکانس‌های بالا و پایین شتابنگاشت زلزله را به دست آورد. این کار را می‌توان به دفعات متعدد انجام داد. بدیهی است که هر چه تجزیه جلوتر می‌رود، فرکانس‌های کمتری از شتابنگاشت زلزله مشخص می‌شوند. این روش، برگشت‌پذیر است و موج اصلی را می‌توان از روی موجهای تقریبی و جزئی بازسازی کرد. خطای بازسازی در این روش بسیار کم است. بدیهی است که با داشتن فرکانس‌های مجازی شتابنگاشت زلزله (فرکانس‌های پایین و بالا)، امکان تحلیل یک سیستم در برابر فرکانس‌های بالا و پایین راحت‌تر است و در صورت نیاز می‌توان سازه را برای هر یک از این فرکانس‌ها تحلیل کرد.

۹- مراجع

1. Morlet, J. (1981). *Sampling theory and wave propagation. Proc. of the 51st annu meet. Soc. explor. geophys.* Los Angeles.
2. Polikar, R. (2001). *The wavelet tutorial*. Available at: <http://users.rowan.edu/~polikar/WAVELETS/WTTutorial.html>.
3. Farge, M. (1992). Wavelet transforms and their application to turbulence. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 24, 395-457.
4. Torrence, C., Compo, G.P. A. (1998). *Practical guide to wavelet analysis*. Available at: <http://paos.colorado.edu/research/wavelets/>
5. Misiti, M., Misiti, Y., Oppenheim, G., Poggi, JM.