

تأثیر مقاومت سازه‌های فولادی با استفاده از پوشش بتنی در رفتار جانبی قابها

فریبرز ناطقی الهی، استاد پژوهشکده مهندسی سازه پژوهشگاه
مجید مجیدانصاری، فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی سازه، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران

۱- چکیده

مقاومت سازه‌های ستونها در ساختمانهای فولادی، با استفاده از پوشش بتنی یکی از روشهای مقاومت سازه‌ای است. این نوع سازه هم مقاومت بهتری در برابر آتش سوزی دارد و هم پوشش بتنی از کماتش موضعی اعضای فولادی جلوگیری می‌کند و در نتیجه، شکل پذیری سازه را افزایش می‌دهد.

رفتار خمشی ستونها فولادی با پوشش بتنی تا لحظه مقاومت نهایی پوشش بتنی، مشابه بتن مسلح است؛ اما شکل پذیری بیشتری دارد؛ زیرا، پس از خرد شدن بتن، عضو فولادی بار را تحمل می‌نماید و در برابر نیروهای برشی نیز رفتار بسیار بهتری دارد. قابهای خمشی فولادی بخوبی انرژی را جذب می‌کنند؛ ولی تغییر مکان جانبی در این نوع قابها زیاد است. تغییر مکان زیاد در این قابها باعث می‌شود که اثر لنگرهای ثانویه به طور قابل ملاحظه‌ای ایجاد شود و در نتیجه، مقدار زیادی از مقاومت و سختی قاب، صرف مقابله با آنها گردد. یکی از بهینه‌ترین راهکارهای کنترل تغییر مکان قابهای خمشی فولادی، استفاده از پوشش بتن مسلح است که سازه علاوه بر انعطاف پذیری مناسب، از سختی لازم هم برخوردار است.

در این تحقیق، ابتدا یک قاب دوبعدی از یک پلان منظم با ۴، ۸ و ۱۶ طبقه، با برنامه ETABS-8 تحلیل استاتیکی و سپس با برنامه DRAIN-2DX، سازه فولادی ساده و مقاومت سازه‌ای شده، به صورت فیزیکی، تحلیل استاتیکی غیرخطی و تحلیل دینامیکی تاریخچه زمانی شده است.

نتایج تحلیل مبین آن است که، تغییر مکان سازه‌های مقاومت سازه‌ای شده به علت سختی بیشتر، در بیشتر زمانها کمتر از سازه‌های فولادی معمولی است

کلیدواژه‌ها: تحلیل استاتیکی خطی، تحلیل استاتیکی غیرخطی، تحلیل دینامیکی غیرخطی، ستون مرکب، پوشش بتنی

۲- مقدمه

در سالهای اخیر، استفاده از ستونها مرکب، به دلیل مزایای زیادی که نسبت به ستونها بتن مسلح و فولادی معمولی دارند، در کشورهای پیشرفته رواج پیدا کرده است. از جمله این مزایا می‌توان به شکل پذیری زیاد، مقاومت مناسب با حجم و وزن کمتر نسبت به ستونها بتن مسلح، مقاومت زیاد در مقابل آتش سوزی، اقتصادی بودن و تغییر شکل کمتر نسبت به ستونها فولادی و عدم وجود کماتش موضعی در ستونها فولادی با پوشش بتنی، نسبت به ستونها فولادی معمولی، اشاره کرد.

ستونها مرکب به دو نوع فولادی پر شده با بتن و فولادی با پوشش بتنی، تقسیم می‌شوند که در مورد نوع اول، تحقیقات بسیاری انجام شده و به علت سهولت اجرا، مورد استفاده است؛ اما در مورد نوع دوم تحقیقات کمتری انجام شده و با توجه به کثرت ساختمانهای فولادی در ایران و امکان مقاومت سازه‌ای با استفاده از این روش، تحقیق حاضر انجام شده است. در این تحقیق، نتایج تحلیل‌های انجام شده روی سه قاب نمونه فولادی، در حالتها مقاومت سازه‌ای شده و معمولی بررسی شده است [۱].

در آیین‌نامه‌های *ACI* [۳] و *AISC-LRFD* [۲] در مورد طراحی ستونها مرکب توضیح داده شده است. یک ستون مرکب در آیین‌نامه *AISC-LRFD*، به عنوان یک ستون فولادی ساخته شده از نیمرخ نورد شده یا پیش‌ساخته فولادی و محاط شده در بتن سازه‌ای، معرفی شده است.

در آیین‌نامه ساختمانی *ACI*، ستون مرکب به عنوان یک عضو فشاری بتنی مسلح شده در طول، به وسیله نیمرخهای سازه‌ای و یا لوله، با استفاده و یا بدون استفاده از میلگردهای طولی تعریف شده است.

آیین‌نامه *AISC* نسبت به آیین‌نامه *ACI* محدودیتهای بیشتری دارد. طبق قوانین *AISC* مساحت مقطع عرضی

سیستم سقفها صلب و قابها، خمشی فولادی است. به منظور نشان دادن رفتار سازه‌های مورد بررسی، به عنوان یک سازه ضعیف که مطابق استاندارد، طراحی نشده است، یا ضعفهای اجرایی دارد و باید مقاومسازی شود، بعضی مقاطع، ضعیف‌تر از مقدار مورد نیاز، در نظر گرفته شده‌اند.

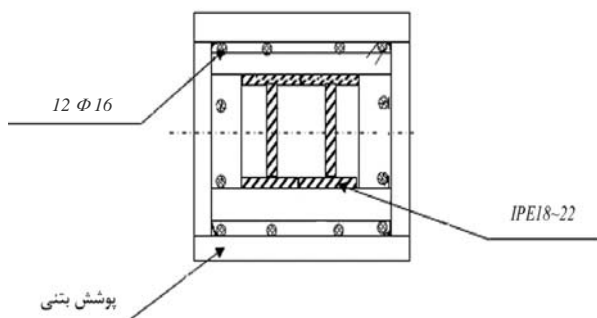
۳-۲- مشخصات قابهای مقاومسازی شده

برای مقاومسازی ستونهای فولادی از پوشش بتن مسلح با بتن سازه‌ای با مقاومت $f'_c = 28 \text{ kg/cm}^2$ ، میلگردهای طولی و عرضی آجدار و با استفاده از ضوابط آیین‌نامه *AISC-LRFD* [۲] محاسبه و در مدلسازی در نظر گرفته شده است (شکل ۱).

مقاومسازی صرفاً بر روی ستونهای قابهای مورد نظر، انجام شده است. برای قابهای ۴ و ۸ طبقه از مقاطع *IPE 220 ~ 180* موجود در کشور و ورقهای مناسب و برای قاب ۱۶ طبقه از مقاطع قوطی شکل ساخته شده از ورق، با ابعاد $40 \times 11/5$ ، 40×11 ، 35×8 و 30×8 استفاده شده است. پوشش سقف از نوع تیرچه بلوک و اتصال ستونها به کف آنها، با توجه به جزئیات آن، گیردار است. در این ساختمان، فولاد از نوع *ST37* با مقاومت جاری شدن $f'_y = 240 \text{ kg/cm}^2$ مورد استفاده قرار گرفته است.

۳-۳- مدلسازی کامپیوتری

برای مدلسازی دقیق این نوع ستون از برنامه *DRAIN-2DX* [۸]، با اجزای فیبری نوع ۱۵، که بتن و فولاد را همزمان در یک مقطع ستون مدلسازی می‌کند و خواص محصورشدگی بتن در آن قابل تعریف است، استفاده شده است (شکل ۱).



شکل (۱): مقطع فیبری نمونه در نظر گرفته شده برای مدلسازی

نیمرخ فولادی یا لوله بکار رفته در سطح مقطع ستون باید حداقل ۴٪ مساحت سطح مقطع ناخالص ستون باشد تا ستون مرکب تلقی گردد. در غیر این صورت، به عنوان بتن مسلح شناخته می‌شود و باید مطابق قوانین *ACI* طراحی شود.

روند محاسبه مقاومت برشی اعضای سازه‌ای مرکب با پوشش بتنی در آیین‌نامه‌های ژاپن [۴] و آیین‌نامه‌های لرزه‌ای آمریکا [۲]، [۳] و [۵] در دسترس می‌باشند که با یکدیگر متفاوتند.

یک روش طراحی ساده شده بر مبنای *EC-4* برای ستونهای مرکب با پوشش بتنی نیز توسط جانسون در سال ۱۹۹۴ [۶] ارائه گردیده است که در آن مقاومت در برابر آتش‌سوزی نیز در نظر گرفته شده است.

۳- تحلیل و مدلسازی

در تحلیل دینامیکی غیرخطی، رفتار سازه تحت شتابنگاشت زلزله یا زلزله‌های معینی، تحلیل می‌شود و نیروها، لنگرها، تنش‌ها و جابه‌جایی‌ها به دست می‌آیند. بر اثر ورود سازه به محدوده غیرارتجاعی و تشکیل مفصلهای خمیری، سختی و رفتار سازه تغییر می‌کند؛ لذا برای مدلسازی واقعی سازه و درک رفتار واقعی آن، استفاده از تحلیل دینامیکی غیرخطی ضروری می‌نماید [۷].

به هنگام تحلیل تاریخچه زمانی، میرایی سازه برابر ۵٪ فرض شده است. در تحلیل‌های انجام گرفته اثرهای $P - \Delta$ در نظر گرفته شده است.

برای تحلیل استاتیکی غیرخطی و تحلیل دینامیکی تاریخچه زمانی، از برنامه *DRAIN-2DX* [۸] استفاده شده است. حداکثر شتاب ورودی به ضرایبی از g ، تراز شده‌اند. ضرایب در تحلیل‌ها تا حدی افزایش داده شده‌اند تا مفاصل خمیری در سازه تشکیل و سازه، مورد ارزیابی دقیقی قرار گیرد.

۳-۱- مشخصات عمومی قابهای اصلی

یک قاب به عنوان نمونه از پلان منظم یک ساختمان به ابعاد $16 \times 12/5$ متر انتخاب و در نظر گرفته شده است. دهانه‌های این قاب به ابعاد ۴ متر و ۴، ۸ و ۱۶ طبقه به عنوان ساختمانهای کوتاه، نیمه‌بلند و بلند، در نظر گرفته شده است. ارتفاع طبقات ۳ متر، عرض بارگیر قابها $4/25$ ،

۳-۳-۱- مدل در نظر گرفته شده برای منحنی تنش -

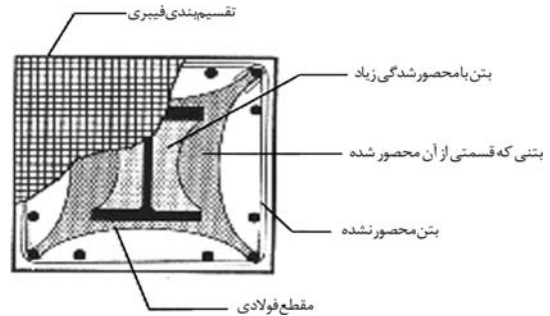
کرنش بتن [۹]

برای مدلسازی قسمت بتنی مقطع مقاومسازی شده، از سه نوع منحنی تنش - کرنش استفاده می‌شود. این سه نوع عبارتند از:

۱- بتن محصور نشده، شامل بتن پوشش بیرونی؛

۲- بتن قسمتی محصور شده، شامل بتن بین مقطع فولادی و تنگه‌ها؛

۳- بتن با محصورشدگی زیاد، شامل بتن محصور شده بین بال و جان مقطع فولاد (شکل ۲).

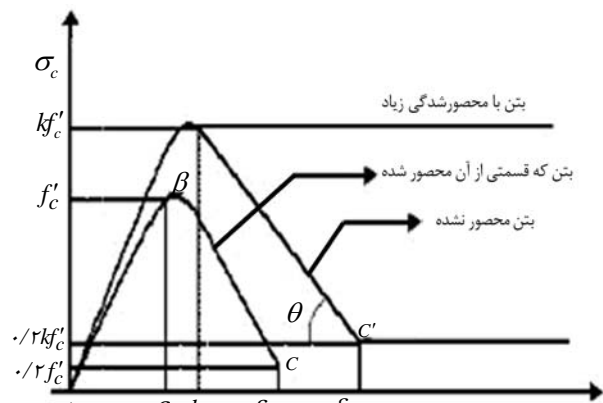


شکل (۲): مقطع مقاومسازی شده ستون با سه ناحیه بتنی

برای بتن محصور نشده از مدل پارک و کنت [۹] و برای بتن محصور شده از مدل پارک، پریستلی و گیل [۹] استفاده شده است.

مطابق شکل (۳)، منحنی تنش-کرنش بتن محصور نشده بر اساس مدل پارک و کنت [۹] شامل سه بخش است:

- ۱- بخش اول خطی که با رفتار ارتجاعی مطابقت دارد؛
- ۲- بخش دوم که با تنش‌های در حدود ۷۰ تا ۱۰۰٪ مقاومت متناظر است و مشخصه رفتار غیرخطی بتن است. این قسمت به خاطر محدودیت برنامه به صورت خطی مدل شده است.



شکل (۳): مدل پیشنهادی نمودار تنش - کرنش بتن برای سه نوع مختلف [۹]

۳- بخش سوم که با افزایش کرنش، تنش کاهش می‌یابد (شاخه نزولی). به این پدیده، نرم‌شدگی کرنش گفته می‌شود.

برای شاخه صعودی منحنی (بخش اول و دوم) بهترین تشریح ارائه شده به صورت سهمی است (رابطه ۱):

$$\sigma_c = f'_c \left[\frac{r \varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \right)^2 \right] \quad (1)$$

در رابطه (۱)، $\varepsilon_{c1} = \frac{r f'_c}{E_c}$ است که کرنش متناظر با تنش

f'_c ، $\varepsilon_{c1} = f'_c$ مقاومت فشاری بتن و E_c شیب اولیه منحنی است.

برای بتن بدون محصورشدگی، ε_{c1} حدود ۰/۱۲٪ است. برای شاخه نزولی، مدل پارک و کنت [۹] یک خط مستقیم پیشنهاد می‌کند که با نقطه f'_c, ε_{c1} و نقطه متناظر با کاهش مقاومت ۵۰٪ تعریف می‌شود. مدل پارک و کنت برای کرنشهای بزرگ یک مقاومت پسماند معادل $0.2 f'_c$ در نظر می‌گیرد. تفاوت بتن محصور شده توسط تنگه‌های عرضی [۹] با بتن محصور شده آن است که تنش بیشینه (f_{cc}) و کرنش متناظر با آن (ε_{cc1}) توسط شاخص محصورشدگی (k) افزایش می‌یابد (رابطه‌های ۲، ۳ و ۴):

$$f_{cc} = k f'_c \quad (2)$$

$$\varepsilon_{cc1} = k \varepsilon_{c1} \quad (3)$$

$$k = 1 + \rho_w f_{yw} / f'_c \quad (4)$$

در این روابط، ρ_w نسبت حجمی تنگه‌های حلقوی عرضی و f_{yw} تنش جاری شدن تنگه‌های عرضی است. برای شاخه نزولی، روابط برای بتن محصور شده و بتن محصور نشده توسط تنگه‌ها بر اساس مدل‌های گفته شده به صورت رابطه (۵) است:

$$\varepsilon_{c\delta} = \frac{3 + 0.29 f'_c}{145 f' - 1000} \quad (5)$$

در این رابطه، $\varepsilon_{c\delta}$ کرنش متناظر با تنش $0.5 f'_c$ است:

$$z = \frac{\tan \theta}{k f'_c} \quad (6)$$

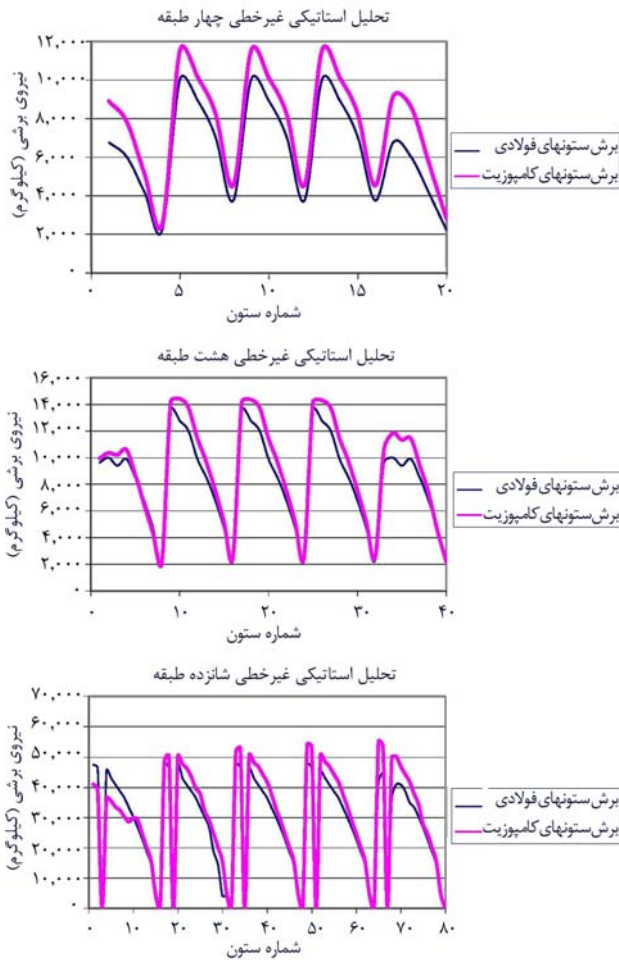
$$z = \frac{0.5}{\varepsilon_{c\delta} - \varepsilon_{c1}} \quad \text{که در آن:}$$

برای بتن محصور شده، در فرمول‌ها به جای $\varepsilon_{c1}, \varepsilon_{c\delta}$ و به جای $\varepsilon_{cc\delta}, \varepsilon_{c\delta}$ قرار داده می‌شود که در آن:

$$\varepsilon_{cc\delta} = \frac{3 + 0.29 f'_c}{145 f'_c - 1000} + 0.75 \rho_w \left(\frac{b_c}{s} \right)^{1/2} \quad (7)$$

۴-۲- نیروی برشی و لنگر خمشی ستونها

نتایج نیروهای برشی و لنگر خمشی ستونها برای قابهای معمولی و مقاوم سازی شده با روکش بتنی (مرکب)، به ترتیب در اشکال (۵) و (۶) نشان داده شده اند. ملاحظه می شود که در هر سه نوع قاب ۴، ۸ و ۱۶ طبقه، نیروی برشی و لنگر خمشی ستونهای مقاوم شده با روکش بتنی، بیشتر از ستونهای فولادی است که علت آن را می توان در سختی بیشتر و جذب انرژی بیشتر ستونهای مرکب توجیه کرد.



شکل (۵): مقادیر نیروی برشی ستونها (Pushover)

۵- تحلیل دینامیکی غیر خطی

تحلیل دینامیکی غیر خطی برای سازه های مورد مطالعه، در دو حالت معمولی و مقاوم سازی شده انجام شده است. در این تحقیق، از نگاشتهای زلزله های ۱۹۴۰ ال سنترو، ۱۹۷۷ و ناغان و ۱۹۷۸ طیس که طیف وسیعی از شدت، مدت و محتوای فرکانسی را شامل می شوند، در تحلیل دینامیکی سازه مورد نظر استفاده شده است.

$$Z = \frac{0.5}{\varepsilon_{cc50} - \varepsilon_{cc1}} \quad (۸)$$

در رابطه (۷)، b_c اندازه هسته محصور شده و S فاصله تنگه است [۹].

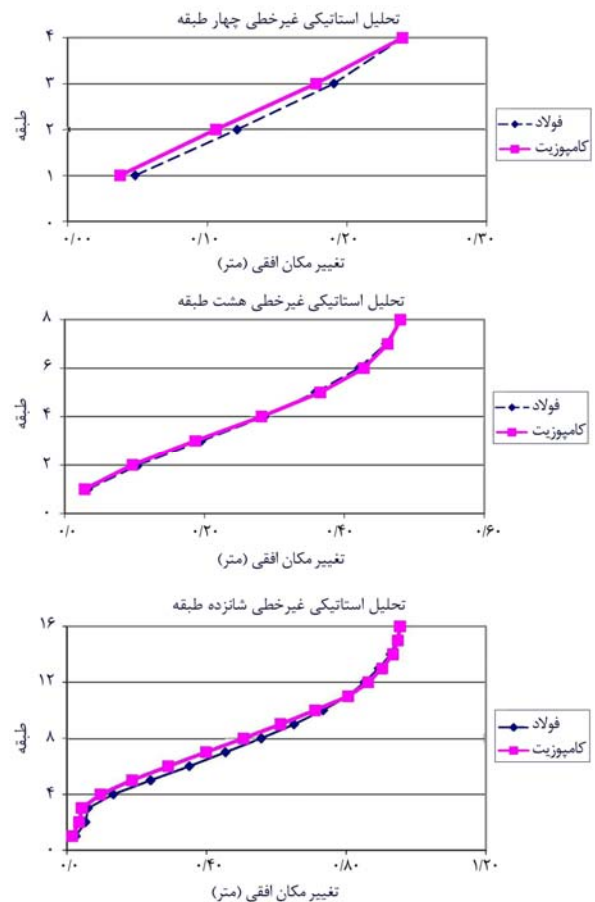
برای بتن با محصورشدگی زیاد، شیب خط مستقیم شاخه نزولی، صفر فرض می شود که ناشی از محصورشدگی مهیا شده توسط بتن محصور شده در یک جهت و ورقهای نیمرخ فولادی در سه جهت دیگر است [۱۰].

۴- تحلیل استاتیکی غیر خطی (Pushover)

در این قسمت، تغییر مکانها، نیروی برشی و لنگر برشی ستونها مورد بحث قرار گرفته است.

۴-۱- تغییر مکان افقی طبقات

نتایج تغییر مکان افقی طبقات در شکل (۴) نشان داده شده است. مشاهده می شود که تغییر مکانهای افقی در قابهای مقاوم شده، خصوصاً در طبقات میانی به علت سختی بیشتر این قابها کمتر از قابهای ساده است.

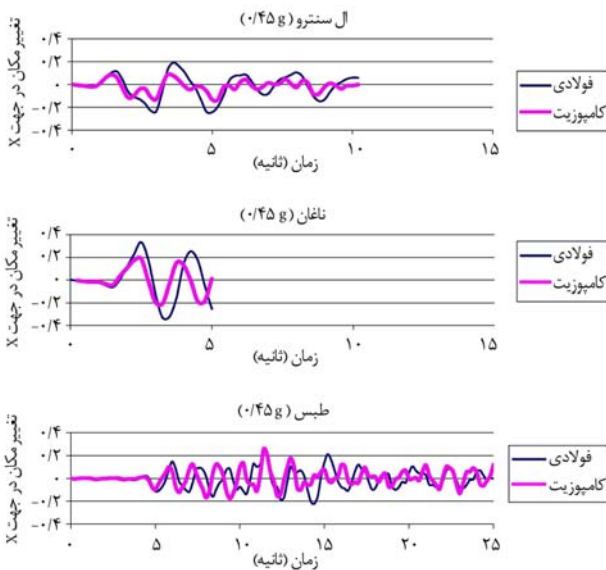


شکل (۴): تغییر مکان افقی طبقات در تحلیل استاتیکی غیر خطی

داشته است. با توجه به این نمودارها مشاهده می شود که تغییرمکانهای نسبی طبقات، در بعضی قابهای فولادی معمولی به میزان قابل توجهی بیشتر از قابهای فولادی مقاوم سازی شده است.

۵-۳- ضریب برش پایه - حداکثر تغییر مکان نسبی طبقات

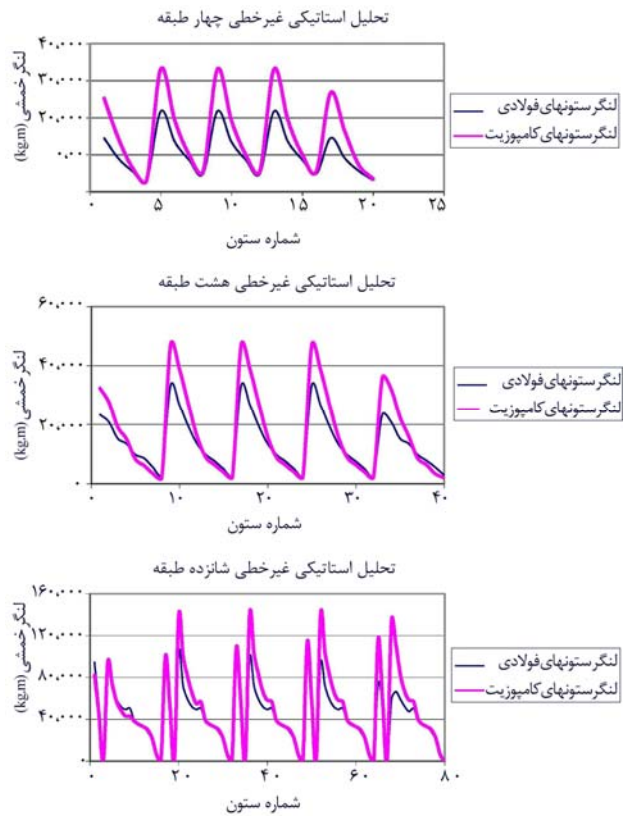
نتایج حداکثر تغییر مکان نسبی طبقات در مقابل ضریب برش پایه در شکل (۱۰) با PGA های مختلف از $0.1g$ تا $1g$ برای قابهای فولادی معمولی و مقاوم سازی شده، تحت زلزله های مختلف نشان داده شده است. با دقت در این نمودارها ملاحظه می شود که حداکثر تغییر مکانهای نسبی طبقات، در سازه های مقاوم سازی شده در ضریب برش پایه بیشتری به دست آمده است که علت، سختی بیشتر این نوع قابهاست که باعث جذب نیروی بیشتری می شود.



شکل (۷): تاریخچه تغییر مکان بام در جهت X

۵-۴- ضریب برش پایه - حداکثر تغییر مکان بام

نتایج حداکثر تغییر مکان بام در مقابل ضریب برش پایه در شکل (۱۱) و PGA های مختلف از $0.1g$ تا $1g$ برای قابهای فولادی معمولی و مقاوم سازی شده، تحت زلزله های مختلف، نشان داده شده است. با دقت در این نمودارها ملاحظه می شود که، حداکثر تغییر مکانهای بام در سازه های مقاوم سازی شده، در ضریب برش پایه بیشتری به دست آمده است و میزان آن در اکثر حالات در سازه مقاوم سازی شده، کمتر از سازه های فولادی معمولی است که علت،



شکل (۶): مقادیر لنگر خمشی ستونها (Pushover)

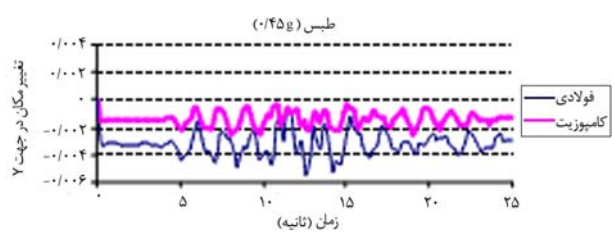
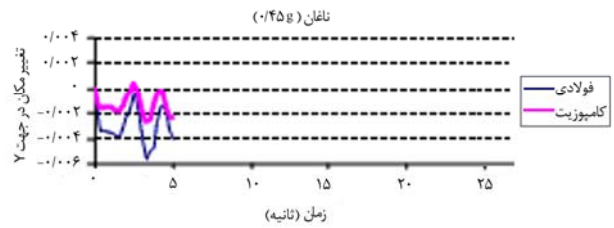
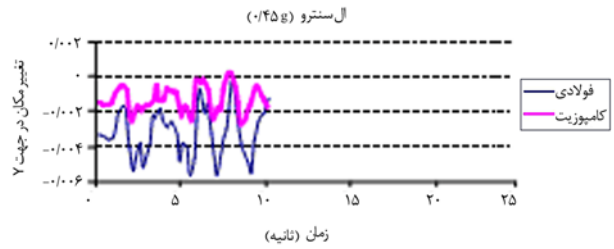
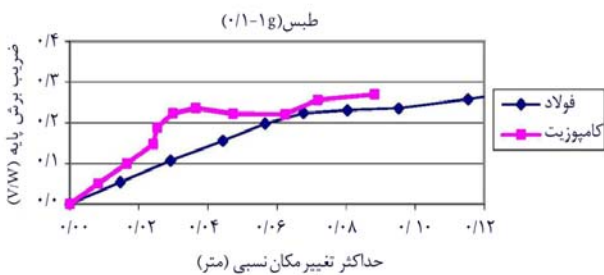
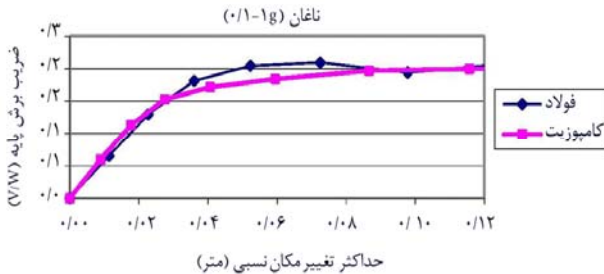
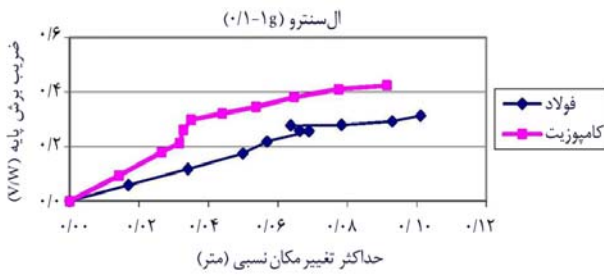
۵-۱- تاریخچه زمانی پاسخ تغییر مکانهای افقی و قائم بام

نتایج تاریخچه زمانی پاسخ تغییر مکانهای افقی و قائم بام در شکل های (۷) و (۸) به ترتیب برای قابهای 16 و 8 طبقه به عنوان نمونه تحت زمین لرزه های ال-سنتر، ناغان و طیس نشان داده شده اند. در تاریخچه تغییر مکانهای بام، با افزایش PGA ، میزان تغییر مکان افزایش می یابد.

۵-۲- حداکثر پاسخ تغییر مکان جانبی نسبی طبقات

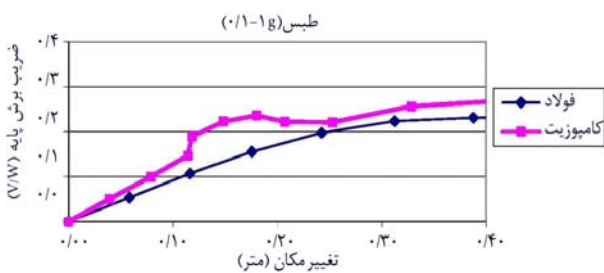
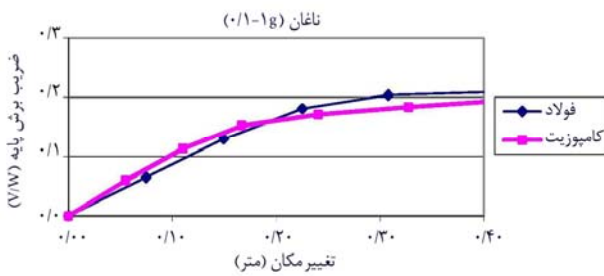
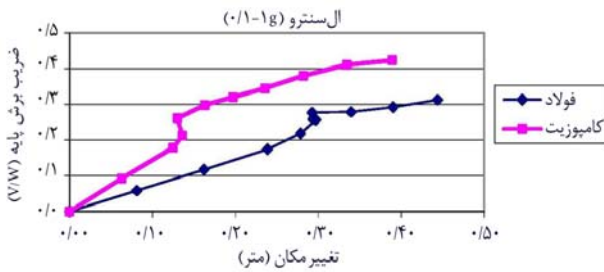
یکی از پارامترهای کنترل کننده خسارت، حداکثر تغییر مکان نسبی طبقات است که از آن می توان برای ارزیابی آسیب پذیری سازه ها استفاده نمود. آیین نامه ها اعداد مختلفی را به عنوان حداکثر تغییر مکان نسبی طبقات معرفی کرده اند که به صورت نسبت درصدی از ارتفاع طبقه بیان می شود. در این تحقیق از آیین نامه $NEHRP2003$ [۵]، استفاده شده است. نتایج حداکثر تغییر مکانهای جانبی نسبی طبقات برای قابهای فولادی و مرکب، در شکل (۹) نشان داده شده است. تغییر مکانهای نسبی با PGA های مختلف تحلیل و محاسبه شده اند و افزایش آنها تا حد رسیدن تغییر مکانهای نسبی طبقات در سازه های مقاوم شده به حد مجاز آیین نامه، ادامه

سختی بیشتر این نوع قابهاست.

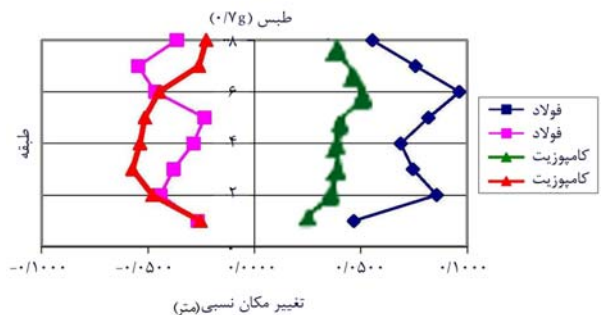
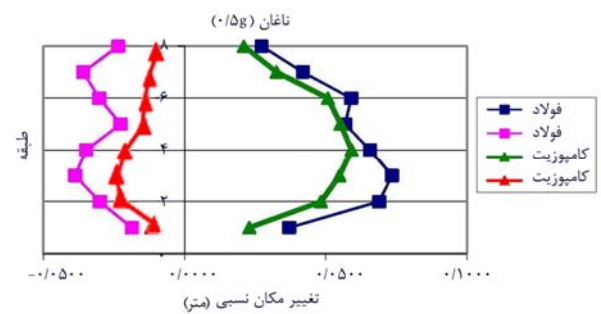
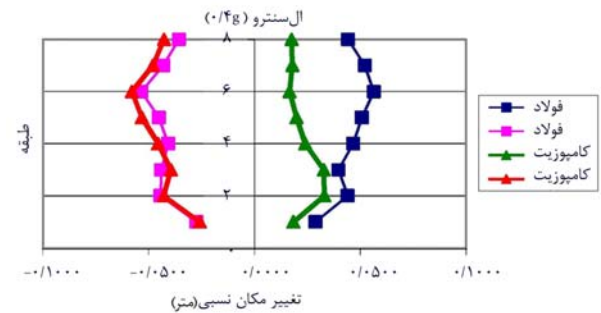


شکل (۸): تاریخچه تغییر مکان بام در جهت Y

شکل (۱۰): پاسخ حداکثر تغییر مکانهای نسبی طبقات در مقابل ضریب برش پایه در سازه هشت طبقه



شکل (۱۱): پاسخ حداکثر تغییر مکانهای بام در مقابل برش پایه در سازه هشت طبقه



شکل (۹): پاسخ حداکثر تغییر مکانهای نسبی طبقات در قابهای هشت طبقه

۶- نتیجه گیری

در این تحقیق، یک مدل مناسب برای مقاومسازی ستونهای فولادی موجود با استفاده از پوشش بتنی و با بکارگیری برنامه *DRAIN-2DX*، ارائه شده است. اهم نتایج به دست آمده عبارتند از:

- ۱- نتایج تحلیل، مدل پیشنهادی را تأیید می کند.
- ۲- رفتار مناسب این ستونها در برابر بارهای جانبی امکان ترمیم و مقاومسازی آنها بعد از زلزله موجب توجه جهانی، بویژه مناطق زلزله خیز، به استفاده از این روش برای تقویت و مقاومسازی ستونهاست.
- ۳- بتن مورد استفاده در ستونهای فولادی، به عنوان پوشش، درجات محصورشدگی متفاوتی دارد و به سه ناحیه تقسیم بندی می شود و خواص تنش - کرنش متفاوتی دارد که باید در تحلیل ها مد نظر قرار گیرد.
- ۴- تحلیل های استاتیکی غیرخطی انجام شده، مبین آن است که، در اکثر موارد با افزایش سختی ستون که بر اثر مقاومسازی ایجاد شده، تغییر مکانهای افقی و قائم، تا حد زیادی کنترل شده و کاهش یافته است. در مقایسه نیروهای برشی و لنگهای خمشی، به علت سختی بیشتر سازه مرکب و جذب نیروی بیشتر، مقادیر نیرو و لنگ در این نوع سازه ها بیشتر است.
- ۵- تحلیل دینامیکی مبین آن است که جابه جایی سازه تحت اثر زلزله های مختلف، متفاوت است و تحت این زلزله ها، بیشینه تغییر مکان در زمانهای متفاوتی اتفاق می افتد. این مسأله در واقع مؤید این مطلب است که اثر زلزله های مختلف بر سازه ها، حتی در شدتهای مساوی، یکسان نیست و این اثر بسته به محتوای فرکانسی، مدت زلزله و سایر عوامل مؤثر متفاوت است. با دقت در نتایج تحلیل ملاحظه می شود که، تغییر مکان سازه های مقاومسازی شده، در بیشتر زمانها کمتر از سازه های فولادی معمولی است که به علت سختی بیشتر سازه های مقاوم شده است. همچنین مقایسه تغییر مکانهای افقی و قائم بر جابه جایی سازه در جهت افقی، بیشتر از میزان

جابه جایی سازه در جهت قائم دلالت دارد که، علت آن را می توان سختی کم سازه در جهت افقی دانست.

۷- مراجع

۱. مجیدانصاری، مجید؛ ناطقی الهی، فریبرز. (۱۳۸۳). *مقاومسازی ستونهای فولادی با استفاده از پوشش بتنی*. پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشکده تحصیلات تکمیلی دانشگاه آزاد اسلامی، واحد جنوب تهران.
2. AISC-LRFD. (1993). *Load and resistance factor design specification for structural buildings*. Chicago: American Institute of Steel Construction
3. ACA Committee 318, Building code requirements for reinforced concrete.(1995).
4. Architectural Institute of Japan. (1987). *Standards for structural calculation of steel reinforced concrete structures*. Tokyo: AIJ.
5. NEHRP. (2003). *Recommended provision for seismic regulation for new buildings, Part I: Provisions*.
6. Johnson, R.P. (1994). *Composite structures of steel and concrete*. Simplified design method of Eurocode 4, for columns.
۷. ناطقی الهی، فریبرز؛ اقلیمی، کامیار. (۱۳۷۸). بررسی آسیب پذیری لرزه ای ساختمانهای چهارطبقه فولادی موجود در کشور [گزارش]. تهران: پژوهشگاه بین المللی زلزله شناسی و مهندسی زلزله.
8. Prakash, P. (1992). *DRAIN-2DX Ver 1.02 User Guide NISEE/Computer*. California, Berkley: Application Dept. of Civil engineering, University of California, Berkley.
9. Penelis, G., Kappos, Andreas, J. (1997). *Earthquake Resistant Concrete Structures*.
10. Mirza, S. A. Fellow, ASCE, Skrabek, B. W. (1992). Statistical analysis of slender composite beam-column strength. *Journal of Structural Engineering*, 118, 1318.