ارزیابی روش تحلیل استاتیکی غیرخطی مودی بر مبنای معادل سازی سه خطی برای قابهای بتنی با دیوار برشی

بابک فرمانبردار، فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی سازه، دانشگاه آزاد دزفول
پنام زرفام، دکترای مهندسی سازه، دانشگاه صنعتی شریف
مسعود مفید، استاد مهندسی سازه، دانشگاه صنعتی شریف

۱- چکیده

یکی از تحلیل‌های ارائه شده در دستورالعمل بهسازی لرزه‌ای ساختمانهای موجود، تحلیل استاتیکی غیر خطی است. در سالهای اخیر، برای بهبود هر چه بیشتر این روش تحلیل، تحلیل استاتیکی فزاینده غیر خطی مودی که امکان ملحوظ کردن تمامی مودهای مؤثر در سازه را به کاربر می‌دهد ارائه شده است. اساس این روش تحلیل، بر پایه تبدیل منحنی ظرفیت سازه چند درجه آزادی، به مدل رفتاری سازه یکدرجه آزادی است که تاکنون از مدل رفتاری دوخطی برای تحقق هدف فوق استفاده می شد که این مدل رفتاری برای قابهای بتنی، به دلیل عدم امکان ملحوظ کردن مرحله ترک خوردگی بتن، سبب افزایش درصد خطای تحلیلهای فوق شده است. برای برطرف کردن این نقیصه در این مقاله، یک مدل رفتاری سه خطی ارائه شده است که امکان لحاظ کردن مرحله ترک خوردگی بتن نیز در آن میسّر است. بررسی نتایج حاصل از مطالعه مدلهای ارائه شده در این مقاله تحت تحلیلهای استاتیکی غیرخطی مودی با استفاده از مدل رفتاری سه خطی ارائه شده، حاکی از آن است که مدل رفتاری سه خطی ارائه شده سبب افزایش دقت قابل توجه این روش تحلیل، به خصوص در سازه‌های بتنی شده است.

کلیدواژه‌ها: مدل رفتاری هیسترتیک، دیوار برشی، تحلیل *MPA*، مدل رفتاری سه خطی

۲- مقدمه

در سالهای اخیر چالش‌های زیادی در طراحی سازه‌ها، بویژه طراحی در برابر بارهای ناشی از زلزله، ایجاد شده است. روشهای طراحی در اکثر آیین‌نامه‌های فعلی بر اساس معیار مقاومت است و این در حالیست که تحقیقات و رفتار ساختمانها در زلزله‌های اخیر نشان داد که مقاومت نمی‌تواند به تنهایی معیار مناسبی باشد و افزایش مقاومت لزوماً به معنای افزایش ایمنی نیست. بنابراین در آیین‌نامه‌های جدید به جای معیار مقاومت، از معیار رفتار برای طراحی سازه استفاده می‌کنند.

استفاده از معیار رفتار به این مفهوم است که در یک ساختمان علاوه بر مقدار مقاومت، نحوه توزیع مقاومت در اجزای سازه‌ای نیز مهم است که این شیوه طراحی بر اساس رفتار سازه، طراحی بر اساس عملکرد نامیده می‌شود. در طراحی بر اساس عملکرد، روش تحلیل استاتیکی غیرخطی نقش ویژه‌ای دارد. امروزه استفاده از روش تحلیل استاتیکی غیرخطی در تخمین عملکرد سازه‌ها هنگام زلزله بسیار مورد توجه متخصصان قرار گرفته است. دلیل این امر سادگی روش، صرفه جویی در وقت، هزینه و تخمین قابل قبول آنها در تعیین پاسخ لرزه‌ای در مقایسه با روشهای تحلیل دینامیکی غیرخطی است. با توجه به کاربرد روزافزون این روش برای تخمین پاسخ سازه‌ها، محققان بسیاری در راستای شناخت و کاهش نقاط ضعف و بهبود آن فعالیت نموده‌اند. منشوری و همکاران [۱] تحلیل *MPA* را مورد ارزیابی قرار داده‌اند. دیرباز و همکاران [۲] بررسی تحلیل *MPA* در سازه‌های نامنظم و در نظر گرفتن اثر مودهای بالاتر در آن و والی و هریس [۳] روش اعمال اثر مودهای بالاتر را به صورت عملی برای سازه‌های موجود پیشنهاد کرده‌اند. کیلار و فایفر [۴] استفاده از این روش را برای ساختمانهای نامنظم بسط داده‌اند. گوپتا و کونات [۵] با استفاده از تحلیل استاتیکی فزاینده، روشی برای تعیین تغییرمکان سازه بر پایه طیف پیشنهاد داده‌اند و در

دستورالعمل بهسازی لرزه‌ای ساختمانهای موجود این روش و نحوه استفاده از آن گنجانده شده است [۶]. در مطالعات فوق، بیشتر به بررسی سازه‌های فولادی که دارای رفتار پسماند ثابت هستند، پرداخته شده است، در نتیجه درستی این روش در مورد قابهای بتنی به اثبات نرسیده است. در این مقاله سعی شده که درستی و دقت این روش تحلیل در مورد قابهای بتنی با دیوار برشی، مورد بررسی قرار داده شود.

۳- تحلیل استاتیکی فزاینده غیرخطی مودی

اصول اولیه روش تحلیل استاتیکی فزاینده غیرخطی مودی در سال ۲۰۰۱ و ۲۰۰۲، توسط چوپرا و گوئل [۷-۸] پیشنهاد شد. در این روش با استفاده از مفهوم سازه یکدرجه آزاد معادل و با اعمال نگاشت زلزله دلخواه، تغییرمکان بیشینه سازه مورد نظر بر اثر زلزله دلخواه در هر مود به‌طور جداگانه به‌دست می‌آید. با توجه به این که در تحلیل از منحنی ظرفیت سازه استفاده می‌شود، انجام تحلیل استاتیکی فزاینده برای سازه‌های مورد نظر لازم است. برای در نظر گرفتن اثر مودهای بالاتر در این سازه‌ها، الگوی توزیع بار جانبی با توجه به شکل مود مورد نظر انتخاب می‌شود.

با محاسبه رفتار غیرخطی سازه یکدرجه آزاد معادل و انجام تحلیل دینامیکی تاریخچه زمانی بر روی آن، می‌توان حداکثر تغییرمکان را برای هر زلزله به‌دست آورد. برای هر مود جداگانه تحلیل دینامیکی تاریخچه زمانی غیرخطی با استفاده از نگاشت زلزله‌های مورد نظر صورت می‌گیرد و نتایج حاصله با استفاده از روابط به تغییرمکان انتهایی سازه اصلی در مود مربوطه تبدیل می‌شوند. یکی از مزیتهای این روش، همگرا شدن تحلیل برای تمامی سازه‌ها است؛ علاوه بر آن خطای ناشی از قرائت محل تقاطع طیف پاسخ و طیف ظرفیت که در روش تحلیل ظرفیت امکان بروز آن وجود دارد، حذف می‌شود. با توجه به این که انجام تحلیل دینامیکی غیرخطی برای سازه یکدرجه آزاد به زمان زیادی نیاز ندارد، برتری زمانی روش تحلیل طیف ظرفیت بر این روش قابل چشم‌پوشی است. از طرف دیگر در روش تحلیل طیف ظرفیت در گام اول رفتار خطی یا غیرخطی سازه تشخیص داده می‌شود. در صورت خطی بودن رفتار، احتیاج به انجام سعی و خطا نیست. اما در روش تحلیل استاتیکی فزاینده غیرخطی مودی، در هر صورت سازه با رفتار غیرخطی مدل و تحلیل می‌شود که در ادامه نحوه معادل‌سازی منحنی ظرفیت سازه با نمودار سه خطی شرح داده شده است.

۳-۱- محاسبه منحنی ظرفیت سازه

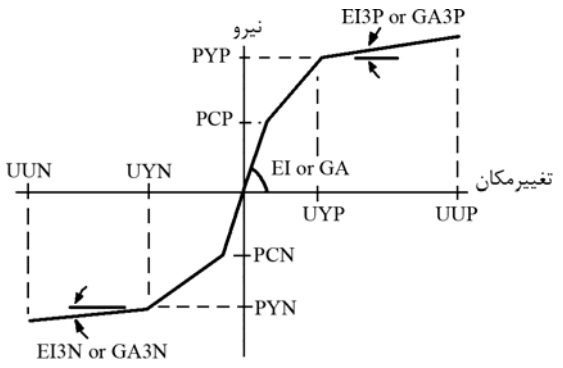
پس از انجام تحلیل استاتیکی فزاینده غیرخطی، منحنی‌های ظرفیت سازه برای هر مود به‌دست می‌آیند. به منظور انجام تحلیل *MPA*، منحنی ظرفیت بدست آمده را باید به منحنی چند خطی تبدیل کرد. زیرا در سازه‌های بتنی به علت خصوصیات ذاتی بتن مسلّح، علاوه بر مرحله تسلیم، مرحله ترک‌خوردگی نیز وجود دارد. همچنین نیاز به یک مدل رفتاری که هر دو مرحله فوق را لحاظ کند، احساس می‌شود، که در این راستا استفاده از مدل سه خطی نشان داده شده در شکل (۱)، به جای مدل دو خطی مورد بررسی قرار گرفته است. جهت تبدیل منحنی ظرفیت سازه اصلی به مدل رفتاری سه خطی فوق، در نظر گرفتن چهار اصل زیر ضروری می‌باشد:

۱- شیب قسمت اولیه منحنی سه خطی، مساوی شیب ابتدای منحنی اولیه است.

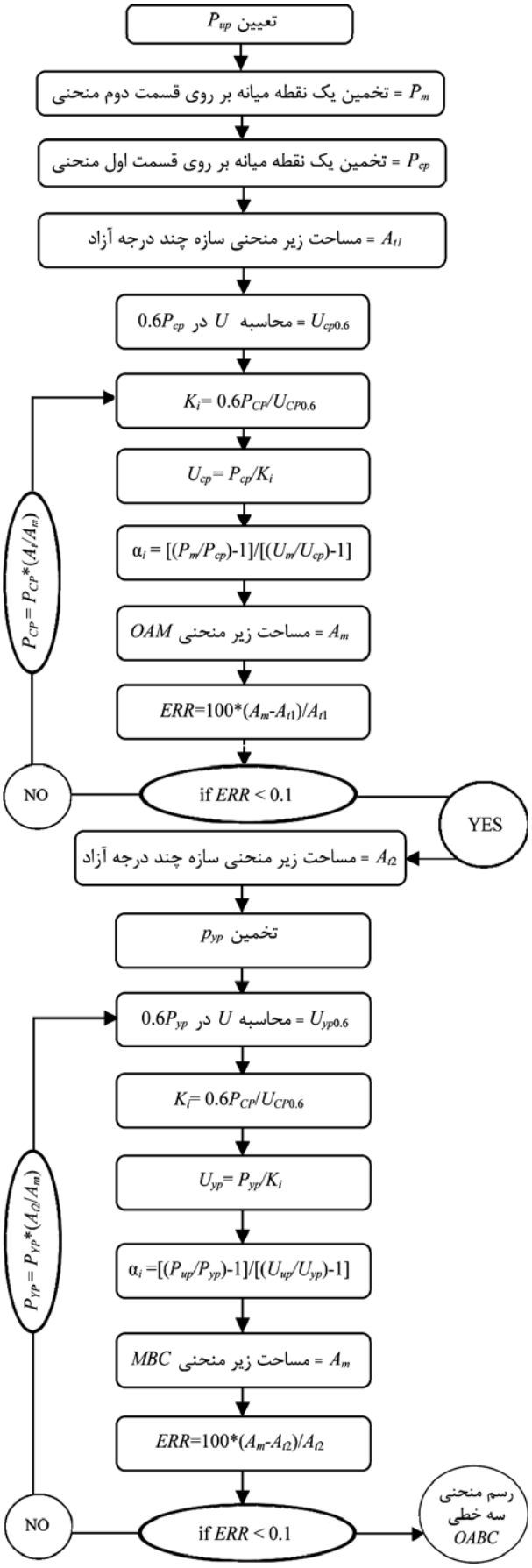
۲- سطح زیرمنحنی سه خطی با سطح زیرمنحنی اولیه مساوی است.

۳- نقطه گسیختگی منحنی سه خطی منطبق بر گسیختگی منحنی اولیه است.

۴- شیب قسمت دوم منحنی ظرفیت سه خطی برابر میانگین شیب بازه‌ای از منحنی ظرفیت سازه اصلی است که به صورت سعی و خطا توسط برنامه تعیین می‌گردد. چهار اصل فوق در تهیه الگوریتم برنامه تبدیل منحنی ظرفیت به مدل رفتاری سه خطی لحاظ شده است، شکل (۲).



شکل (۱): *منحنی رفتاری سه خطی سازه چند درجه آزادی ایده‌آل شده.*



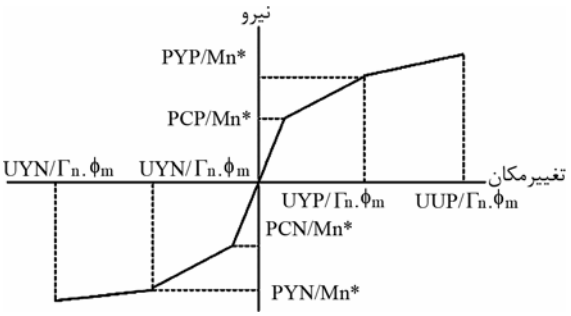
***شکل (۲)**: فلوچارت سه خطی کردن منحنی ظرفیت سازه چند درجه آزادی.*

۳-۲- مدل رفتاری سازه یکدرجه آزاد معادل

پس از بدست آوردن منحنی ظرفیت سازه از یک تحلیل استاتیکی فزاینده غیرخطی، با تقسیم مقادیر محور افقی منحنی ظرفیت سازه اصلی بر حاصلضرب مشارکت مودی در مقدار مود سازه در نقطه بام ($\Gamma_n \cdot \varphi_{r,n}$) و تقسیم محور قائم منحنی ظرفیت سازه اصلی بر جرم مودی مؤثر (M_n^*)، منحنی طیف پاسخ تغییرمکان شتاب در مود مورد نظر به دست می‌آید، شکل (۳). نمودار این شکل در حقیقت نشاندهنده رفتار سازه یکدرجه آزاد معادل است. در این منحنی سه خطی شیب قسمت اول نشاندهنده رفتار خطی سازه یکدرجه آزاد معادل و شیب قسمت دوم و سوم، که معمولاً به صورت ضریبی از شیب قسمت اول بیان می‌شود، به ترتیب نشاندهنده سخت‌شدگی پس از ترک و سخت‌شدگی پس از تسلیم است. پس از تحلیل و مدلسازی مستقیم سازه یکدرجه آزاد با رفتار غیرخطی مورد نظر، می‌توان مقدار بیشینه تغییرمکان سازه یکدرجه آزاد معادل را به دست آورد. پس از بدست آوردن این مقدار، از رابطه (۱)، تغییرمکان بیشینه انتهای سازه اصلی محاسبه می‌شود:

$$U_{r,n}=\Gamma_n \cdot \varphi_{r,n} \cdot D_n \qquad (۱)$$

در رابطه (۱)، $\varphi_{r,n}$ تغییرشکل انتهای سازه در مود مورد نظر و D_n تغییرمکان بیشینه سازه یکدرجه آزاد معادل است.



***شکل (۳)**: مدل رفتاری سه خطی معادل سازه یکدرجه آزادی.*

۴- مدلهای هیسترتیک پیش‌فرض برنامه IDARC [۹]

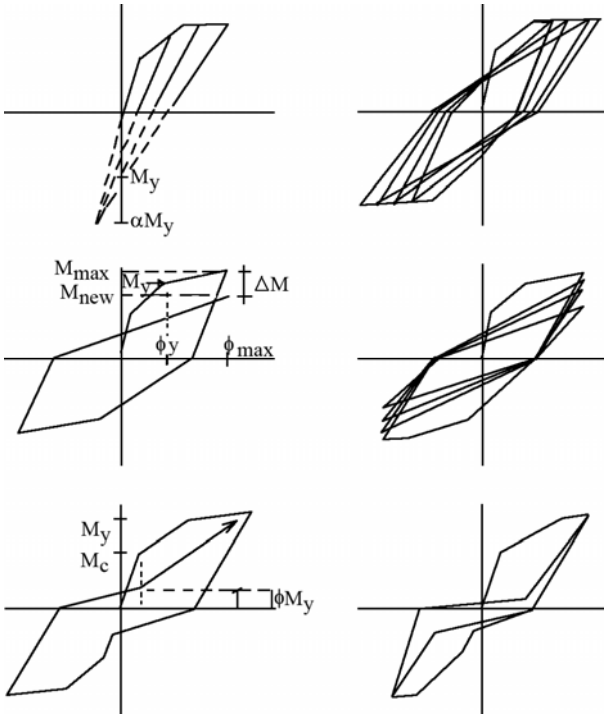
مدل کردن رفتار هیسترتیک اعضای سازه‌ای، یکی از نکات مهم در برنامه‌های تحلیل غیرخطی سازه‌ها به شمار می‌رود. ویرایش اخیر برنامه *IDARC*، انواع منحنی‌های پاسخ هیسترتیک را به این شرح ارائه می‌کند:

الف) مدل سه پارامتری پارک؛

ب) مدل سه خطی فولاد؛
ج) مدل دو خطی؛
د) مدل کلوین؛
ه) مدل ماکسول؛
و) مدل هیسترتیک هموار شده.

معمولاً هر یک از مدلهای هیسترتیک برای نوع خاصی از المانهای سازه‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرد. ستونها، تیرها، دیوارهای برشی و فنرهای چرخشی، می‌توانند با استفاده از مدل سه پارامتری پارک، مدل سه خطی فولاد یا مدل دو خطی، مدل شوند. برنامه به گونه‌ای طراحی شده که می‌توان مدلهای هیسترتیک جدیدی به آن اضافه کرد. میراگرهای ویسکوالاستیک می‌توانند با استفاده از مدل کلوین یا ماکسول مدل شوند، در حالی که پانلهای پرکننده میانقاب با استفاده از مدل هیسترتیک هموار شده، مدل می‌شوند. از آنجا که در پژوهش حاضر از مدل هیسترتیک سه پارامتری پارک برای تیرها و ستونها و دیوارها استفاده می‌شود، در ادامه به تشریح این مدل پرداخته شده است.

مدل هیسترتیک سه پارامتری پارک، نخستین بار در سال ۱۹۸۷، از سوی پارک و همکاران به عنوان بخشی از نسخه اولیه برنامه *IDARC* پیشنهاد شد [۹]. در این مدل هیسترتیک، کاهندگی سختی، کاهندگی مقاومت، پاسخ نامتقارن، لغزش- درگیری و یک پوش سه خطی یکنوا در نظر گرفته شده است. این مدل رفتار هیسترتیک یک عضو را بسته به تاریخچه تغییرشکل آن، از یک مرحله خطی به مرحله دیگر تعقیب می‌کند. از اینرو، مدل سه پارامتری از قطعات خطی تشکیل شده است. هر مرحله خطی به عنوان یک شاخه شناخته می‌شود. در شکل (۴) تأثیر پارامترهای مختلف کاهنده در شکل حلقه‌های هیسترتیک نشان داده شده است. همچنین در جدول (۱)، دامنه تغییرات پارامترهای مؤثر در رفتار هیسترتیک در مدل مورد بحث ارائه شده است.



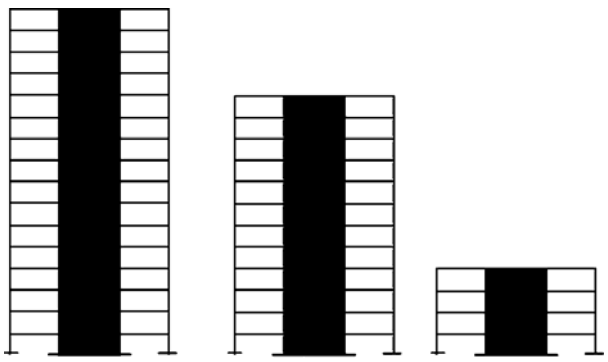
شکل (۴): *پارامترهای مدلهای رفتاری [۹].*

جدول (۱): *پارامترهای مدلهای رفتاری [۹].*

پارامتر	شرح	مقدار	تأثیر
HC	پارامتر کاهندگی سختی	۰/۱ ۱۰/۰ ۲۰۰/۰	کاهندگی شدید کاهندگی کم کاهندگی ناچیز
HBD	پارامتر کاهندگی مقاومت (بر مبنای شکل‌پذیری)	۰/۰ ۰/۱ ۰/۴	بدون کاهندگی کاهندگی کم کاهندگی شدید
HBE	پارامتر کاهندگی مقاومت (بر مبنای انرژی)	۰/۰ ۰/۱ ۰/۴	بدون کاهندگی کاهندگی کم کاهندگی شدید
HS	پارامتر لغزش یا بسته شدن ترکها	۰/۱ ۰/۵ ۱/۰	حلقه‌های با له‌شدگی شدید له‌شدگی کم بدون له‌شدگی

۵- تحلیل و بررسی نتایج عددی

به منظور بررسی روش در سیستم‌های مختلف از نظر پریود غالب و ارتفاع سازه، سه مدل نشان داده شده در شکل (۵) به صورت قاب خمشی بتنی متوسط با دیوار برشی چهار طبقه، دوازده طبقه و شانزده طبقه با دهانه پنج متر و ارتفاع طبقه سه متر مدلسازی و طبق استاندارد



شکل (۵): *مدلهای چهار، دوازده و شانزده طبقه منظم.*

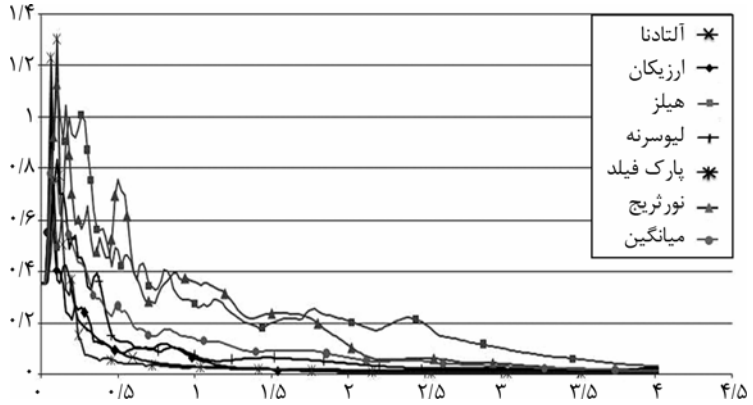
۲۸۰۰ طراحی لرزه‌ای شده‌اند [۱۰].

برای انجام تحلیلهای استاتیکی و دینامیکی غیرخطی تاریخچه زمانی، از ۶ شتابنگاشت با محتوای فرکانسی، مدت و پریودهای غالب متفاوت استفاده شد. برای امکان مقایسه بهتر بین نتایج و استفاده از نتایج میانگین، تمام شتابنگاشتها به $PGA=0/35g$ همپایه شدند. همپایه کردن شتابنگاشتها در تغییر محتوای فرکانسی زلزله‌ها، تأثیری ندارند. طیف پاسخ این زلزله‌ها در شکل (۶) نشان داده شده است. طراحی مدلها بر اساس خاک نوع ۳ انجام گرفته است. طیف میانگین با طیف آیین‌نامه برای خاک نوع ۳ مقایسه و نتایج حاکی از همخوانی مناسب در محدوده‌های زمان تناوب مورد نظر است.

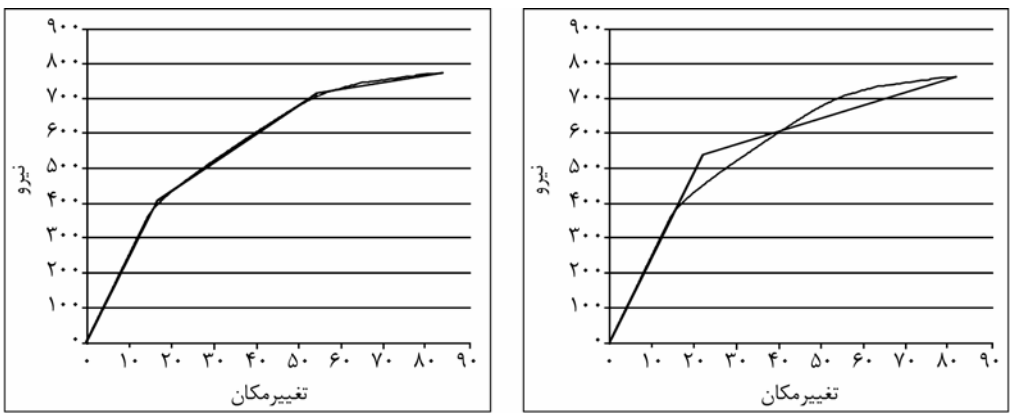
۵-۱- بررسی مدلهای رفتاری دو خطی و سه خطی

یکی از بحثهای اصلی در روش *MPA*، بحث تغییرمکان هدف است که روشهای مختلفی برای بدست آوردن آن ارائه شده است. اصلی‌ترین روش مورد بررسی، روش آنالیز دینامیکی غیرخطی سیستم یکدرجه آزادی است که چوپرا و گوئل [۷-۸] ارائه کرده‌اند. در این روش، آنها یک مدل دو خطی را به عنوان مدل رفتاری سازه یکدرجه آزادی معرفی کرده‌اند و در این مقاله به بررسی مدلهای رفتاری سه خطی پرداخته شده است که با بررسی قابهای مختلف و مقایسه مدلهای رفتاری دو خطی و سه خطی و میزان خطاهای دو مدل فوق، نتایجی ارائه می‌شود.

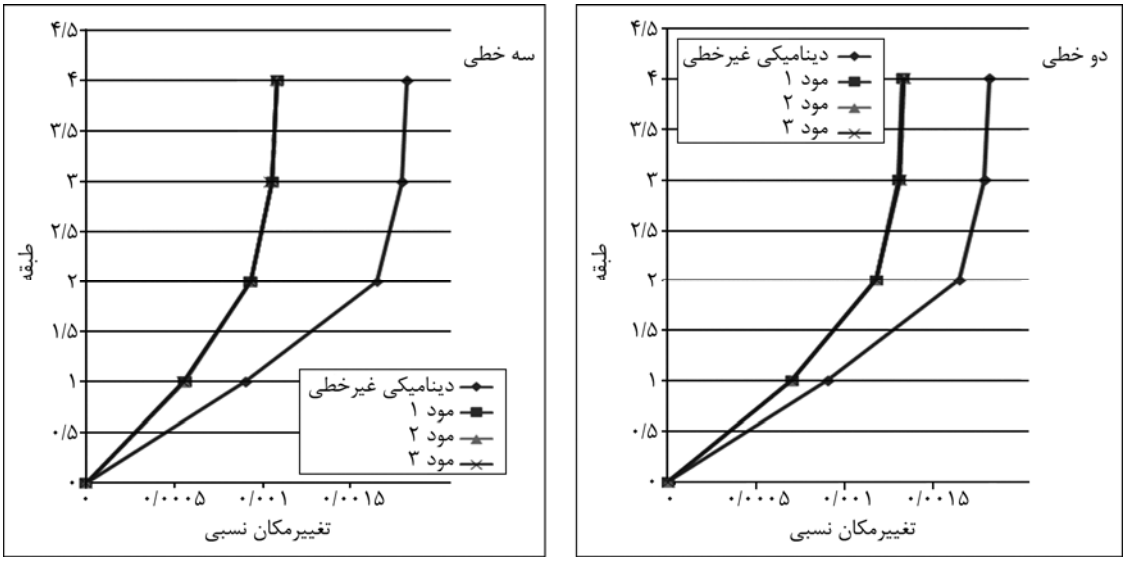
با بررسی نمودار شکل (۷)، به روشنی مشاهده می‌شود، که در منحنی ظرفیت سازه‌های بتنی، وجود دو مرحله ترک‌خوردگی و تسلیم سبب شده که منحنی ظرفیت دو خطی معادل، انطباق خوبی با منحنی ظرفیت سازه اصلی نداشته باشد و در واقع امکان لحاظ نمودن دو مرحله فوق در منحنی دو خطی امکان‌پذیر نیست. ولی در منحنی ظرفیت سه خطی معادل، هر دو مرحله شکست و تسلیم لحاظ شده و انطباق بسیار مناسبی با منحنی ظرفیت سازه اصلی دارد. با توجه به نمودارهای شکلهای (۸) و (۹) می‌توان نتیجه گرفت که در قابهای بتنی با دیوار برشی، استفاده از مدل سه خطی به جای دو خطی می‌تواند خطای این تحلیل را کاهش داده و به جوابهای دقیقتری منجر شود که این کاهش خطا در قابهای با طبقات بیشتر کمتر می‌باشد.



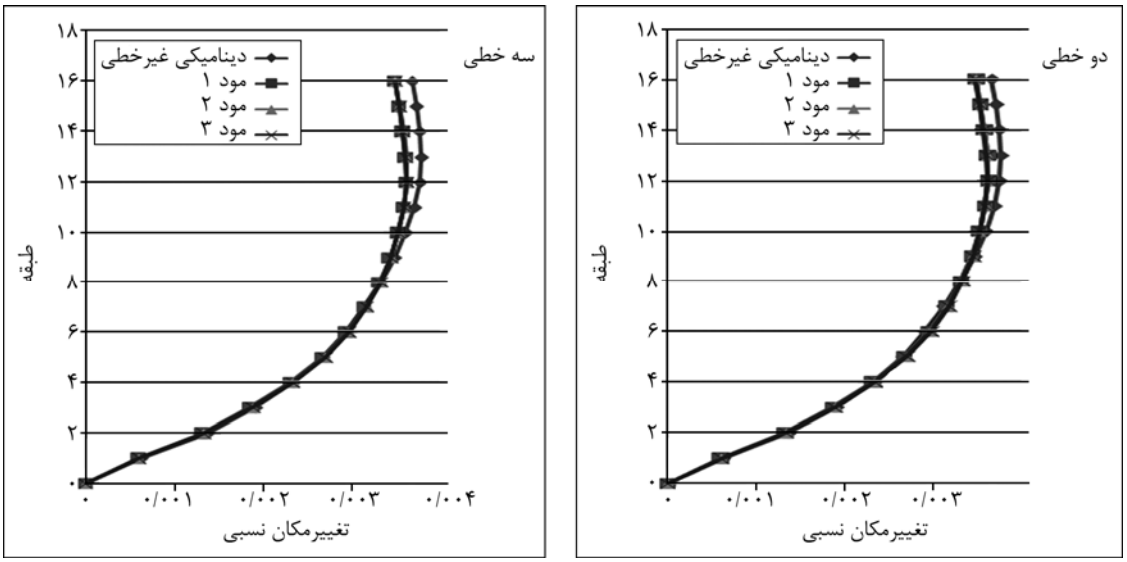
شکل (۶): *طیف شتابنگاشتها و میانگین آنها.*



شکل (۷): *مقایسه منحنی ظرفیت دو خطی و سه خطی با منحنی ظرفیت سازه اصلی در قاب چهار طبقه.*



شکل (۸): *مقایسه روش دینامیکی غیرخطی و روش MPA دوخطی و سه خطی در قاب چهار طبقه.*



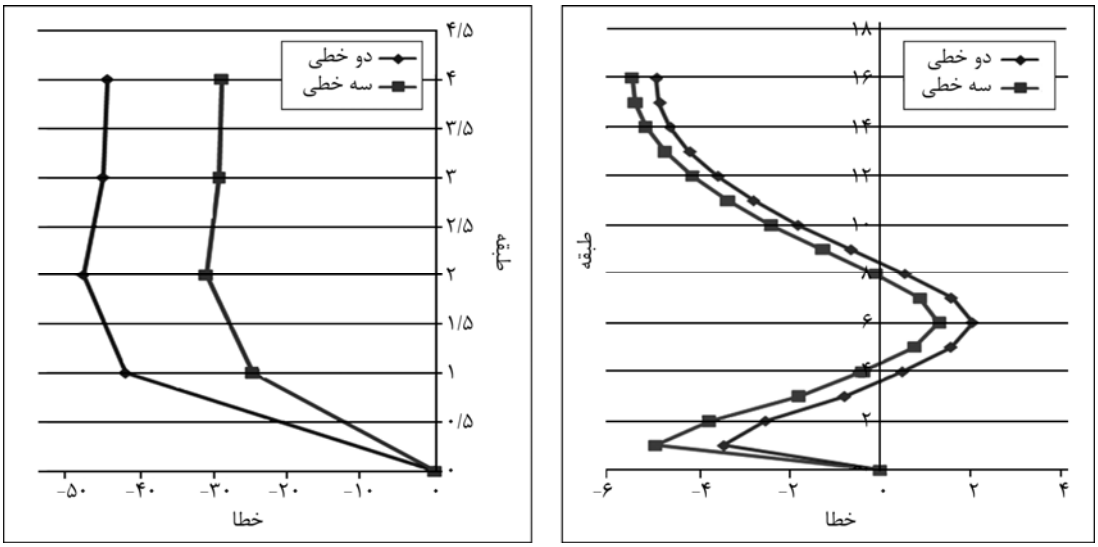
شکل (۹): *مقایسه روش دینامیکی غیرخطی و روش MPA دوخطی و سه خطی در قاب شانزده طبقه.*

همانطور که در شکل (۱۰) مشاهده می‌شود، در قابهای بتنی با دیوار برشی، مود اول معمولاً مود غالب و مودهای بالاتر تأثیر کمتری دارند. این امر در مورد خطاها نیز صادق است.

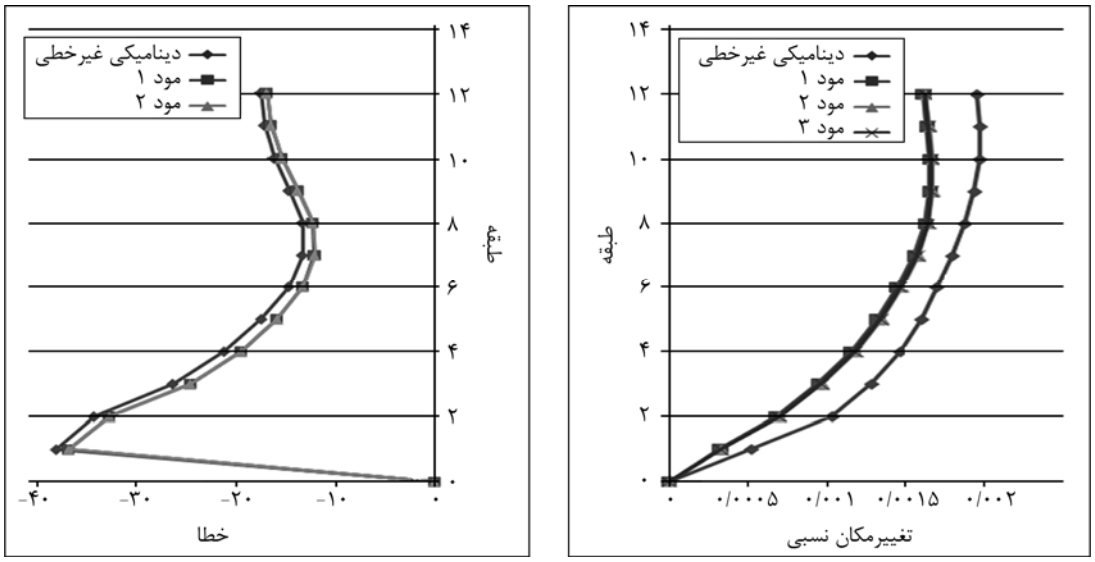
۵-۲- مقایسه نتایج روش استاتیکی غیرخطی مودی و تحلیل دینامیکی غیرخطی

در نمودارهای شکلهای (۱۱) و (۱۲)، در این بخش نتایج حاصل از روش استاتیکی فزاینده غیرخطی مودی ارائه می‌شود و نتایج حاصله با نتایج تحلیل دینامیکی تاریخچه زمانی غیرخطی مقایسه می‌گردد و خطای آنها نسبت به روش تحلیل دینامیکی تاریخچه زمانی غیرخطی نشان داده می‌شود. پارامتر "نسبت تغییرمکان نسبی طبقات" که اهمیت خاصی در تعیین میزان آسیب‌پذیری سازه دارد، مورد بررسی قرار گرفته است.

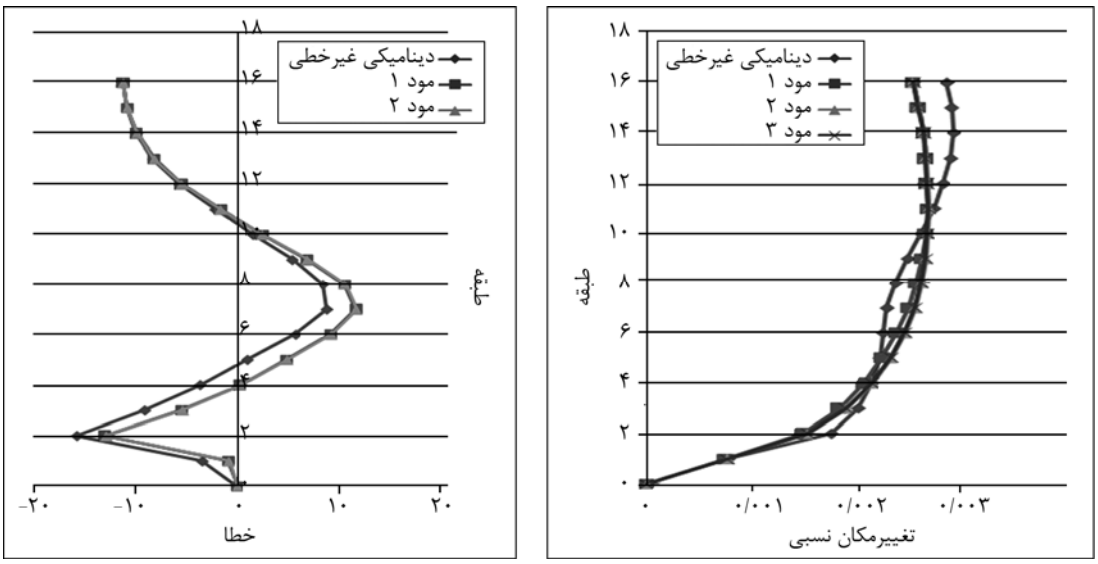
تحلیلهای فوق با استفاده از پنج شتابنگاشت با شتاب حداکثر $0/35g$ انجام شده است. در تحلیل دینامیکی تاریخچه زمانی غیرخطی برای تمامی شتابنگاشتهای انجام شده، در نهایت از میانگین نتایج برای محاسبه و کنترل استفاده می‌شود. همچنین در تحلیل *MPA* در قسمت تحلیل سیستم یکدرجه آزاد معادل از همان شتابنگاشتها استفاده می‌شود.



شکل (۱۰): مقایسه میزان خطای روش MPA برای مدلهای رفتاری دوخطی و سه خطی در قابهای چهار و شانزده طبقه.



شکل (۱۱): مقایسه روش MPA و دینامیکی غیرخطی و میزان خطای آن در قاب دوازده طبقه.



شکل (۱۲): مقایسه روش MPA و دینامیکی غیرخطی و میزان خطای آن در قاب شانزده طبقه.

با توجه به شکلهای فوق، می‌توان استنباط کرد که معمولاً در اکثر سازه‌ها خطای تحلیل استاتیکی غیرخطی مودی در طبقات پایین بیشتر از طبقات بالا است. همچنین در سازه‌های بتنی با دیوارهای برشی، تحلیل *MPA* نتایج دست پایین‌تری نسبت به تحلیل دینامیکی غیرخطی ارائه می‌دهد.

۶- نتیجه‌گیری

۱- استفاده از منحنی ظرفیت سه خطی به جای دوخطی، باعث افزایش دقت نتایج و کاهش اختلاف آن با روش دقیق دینامیکی غیرخطی می‌شود. از اینرو می‌توان نتیجه گرفت که با استفاده از منحنی‌های چند خطی به جای دوخطی که باعث انطباق بیشتر منحنی ظرفیت با منحنی چند خطی معادل آن می‌شود، باعث کاهش اختلاف این روش نسبت به روش دقیق می‌شود.

۲- استفاده از مدل رفتاری سه خطی به جای دوخطی در سازه‌های یکدرجه آزادی غیرخطی، سبب کاهش خطا در تعیین تغییرمکان هدف و در نتیجه افزایش دقت نتایج تحلیل *MPA* می‌شود.

۳- در اغلب موارد نتایج روش *MPA*، حتی با در نظر گرفتن اثر مودهای بالاتر، نسبت به روش تحلیل دینامیکی تاریخچه زمانی غیرخطی، دست پایین هستند.

۴- در سازه‌های بتنی با دیوار برشی، به‌دلیل پریود کم سیستم، مود غالب ساختمان مود اول است و مودهای بالاتر تأثیر کمتر و ناچیزی دارند که با توجه به نتایج و نمودارهای ارائه شده در سازه‌های بتنی با دیوار برشی، می‌توان از مود اول سازه به تنهایی استفاده کرد و تأثیر مودهای بالاتر را نیز نادیده گرفت.

۵- با افزایش شدت شتابنگاشتها، خطای روش *MPA* نسبت به روش دقیق تاریخچه زمانی غیرخطی در راستای دست پایین افزایش یافته و نتایج این روش دارای خطای بیشتری می‌شود.

۶- با توجه به نتایج ارائه شده در این مقاله می‌توان نتیجه گرفت که روش *MPA* در قابهای بتنی با دیوار برشی از دقت قابل قبولی برخوردار است.

۷- ستونها، تیرها و دیوارهای برشی می‌توانند با استفاده از مدل هیسترتیک سه پارامتری پارک مدل شوند.

۸- با توجه به نمودارها می‌توان نتیجه گرفت که در اکثر مدلهای یاد شده، خطا در طبقات پایین بیشتر است و نتایج روش دینامیکی و *MPA* در طبقات بالا دارای خطای کمتری است.

۹- با افزایش طبقات و در حقیقت افزایش پریود سازه، دقت روش *MPA* افزایش می‌یابد.

۱۰- پس از بررسی این مقاله و دیگر مطالعات انجام شده در این زمینه و تحقیقات نویسندگان مقاله حاضر در مورد سیستم‌های مقاوم جانبی دیگر، می‌توان به این نتیجه دست یافت که تحلیل *MPA* در قابهای با مهار جانبی (مثل قابهای فولادی مهاربندی شده و قابهای بتنی با دیوار برشی) نتایجی دست پایین‌تر نسبت به تحلیل دینامیکی تاریخچه زمانی به دست می‌دهد، ولی در قابهای بدون مهار جانبی (قابهای خمشی بتنی و فولادی)، تحلیل *MPA* نتایجی دست بالاتر دارد.

۷- مراجع

۱. منشوری، محمدرضا، غفوری آشتیانی، محسن و سروقدمقدم، عبدالرضا (۱۳۸۲). معرفی روش تحلیل استاتیکی فزاینده غیرخطی مودی و تعیین نسبت تغییرمکان نسبی طبقات توسط آن، *پژوهشنامه زلزله‌شناسی و مهندسی زلزله*، **۳**، ۱۷-۲۹.

۲. دیرباز، مجتبی، غفوری آشتیانی، محسن و سروقدمقدم، عبدالرضا (۱۳۸۴). *کاربرد روش استاتیکی فزاینده غیرخطی مودی در قابهای با نامنظمی جرم در ارتفاع*، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، پژوهشگاه بین‌المللی زلزله‌شناسی و مهندسی زلزله، تهران.

3. Vally, M.T. and Harris, J.R. (1998). Application of model techniques in a pushover analysis, *Proceedings of 6th U.S. National Conference on Earthquake Engineering*, Seattle, USA.

4. Kilar, V. and Fajfar, P. (1997). Simple pushover

analysis of asymmetric buildings, *Journal of Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **26**, 233-249.

5. Gupta, B. and Kunnath, S.K. (2000). Adaptive spectra based pushover procedure for seismic evaluation of structures, *Earthquake Spectra*, **16**(2).

۶. *دستورالعمل بهسازی لرزه‌ای ساختمانهای موجود* (۱۳۸۱). پژوهشگاه بین‌المللی زلزله‌شناسی و مهندسی زلزله، تهران: مؤلف.

7. Chopra, A.K. and Goel, R.K. (2001). A modal pushover analysis Procedure for estimating seismic demand for building: theory and preliminary evaluation [Report], No. PEER-2001/03, Pacific Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley.

8. Chopra A.K. and Goel, R.K. (2002). A modal pushover analysis procedure for estimating seismic demand for building, *Journal of Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **31**, 561-582.

۹. تسنیمی، عباسعلی (۱۳۸۵). محاسبه ضریب رفتار قابهای خمشی بتن مسلح، *نشریه شماره گ-۴۳۶*، تهران: مرکز تحقیقات ساختمان و مسکن.

۱۰. *آیین‌نامه طرح ساختمانها در برابر زلزله، استاندارد ۲۸۰۰* (ویرایش سوم)، مرکز تحقیقات ساختمان و مسکن، تهران: مؤلف.