

# کاربرد تحلیل هیلبرت در پردازش سیگنال های زلزله (ثبت شده در شبکه ملی لرزه نگاری ایران)

تألیف و تدوین: مهرداد مصطفی زاده، استادیار پژوهشکده زلزله شناسی پژوهشگاه

## ۱- چکیده

معرفی داده‌ها در حوزه زمان و فرکانس، پردازش مدلسازی و تفسیر آنها در ژئوفیزیک و دیگر علوم از اموری است که انجام آن باعث پرمحتوا شدن و سهولت هرچه بیشتر در حل مسائل خواهد شد. سیگنال ارائه شده در حوزه زمان به صورت طیف در حوزه فرکانس معرفی می‌شود. روشهایی که برای نشان دادن طیف سیگنال به کار گرفته می‌شود در نهایت به ویژگیهای سیگنال در قالبهای متفاوت آن بستگی دارد و تفسیرهای گوناگونی را برای طیفهای مختلف در پی خواهد داشت. معرفی سیگنال‌های پریودیک در حوزه فرکانس به صورت سری فوریه قابل محاسبه می‌باشد. برای سیگنال‌های موقت ناپایدار چرخش فوریه به کار گرفته می‌شود. در این بررسی به منظور مشخص کردن هرچه بهتر روابط منطقی بین دامنه و فاز و یا به عبارت دیگر مقادیر حقیقی و غیرحقیقی طیف سیگنال‌های زلزله از تحلیل هیلبرت استفاده و با بکارگیری سیگنال‌های زلزله ۲۳/۰۳/۲۰۰۱ ثبت شده در شبکه ملی لرزه نگاری ایران به کاربرد این تحلیل اشاره شده است. زلزله مورد نظر با بزرگای  $M_s = 5.1$  در منطقه (DFD) پیش بوم زاگرس به وقوع پیوسته و سیگنال‌های آن در ایستگاههای کاوش و نابین ثبت گردیده است.

کلیدواژه‌ها: انتروپی، پیش بوم، هیلبرت.

## ۲- مقدمه

برای اعمال سری فوریه و یا تبدیل فوریه بر روی سیگنال، امکان بررسی وجود شرایط پریودیک و یا موقت در سیگنال عموماً در حالت طبیعی وجود ندارد؛ زیرا تمامی سیگنال‌های موجود در طبیعت با درجات مختلف حاوی

بردارهای تصادفی ناشی از ساختار فیزیکی سیگنال و ابزار اندازه گیری می‌باشند. به منظور نشان دادن سیگنال‌های تصادفی در محیط فرکانس تبدیل فوریه و حالت خاص آن سری فوریه کافی نخواهد بود. طیف سیگنال به طول محدود با داشتن انرژی محدود در محدوده زمانی قابل ثبت امکان پذیر می‌باشد. این روش که به آن طیف فوریه اطلاق می‌شود بر روی سیگنال‌های تصادفی در فواصل زمانی محدود قابل اعمال می‌باشد؛ اما، محاسبه هر نوع طیف، دسترسی به ویژگیهای خاص آن با افزایش محدوده زمانی یا به عبارت دیگر با به بی نهایت نزدیک شدن مسأله همراه خواهد بود که در نهایت قطعیت در محاسبه طیف را به همراه خواهد داشت. عدم قطعیت موجود در طیف داده‌های تصادفی که به صورت طیف فوریه محاسبه می‌شوند به گونه ای عملی و نظری ثابت گردیده است. ذکر این نکته مهم است که طیف داده های محدود، حاصل سرشتی طیف واقعی پنجره فرکانسی می باشد. اساساً سرشتی، یک نوع جا به جایی متوسط (MA) و در نهایت یک عمل گرد کردن می باشد؛ لذا، طیف داده ها در محیط فرکانس به دلیل مسأله سرشتی گرد خواهد شد. درجه گرد شدن به گستره باند تابع پنجره بستگی مستقیم دارد. طول پنجره یا به عبارت دیگر در صورت کوتاه شدن طول داده، گستره باند افزایش می یابد و به همین دلیل طیف نیز بیشتر گرد خواهد شد.

از آنجا که عمل سرشتی در محیط زمان در محیط فرکانس به صورت حاصلضرب انجام می پذیرد، این ویژگی برای عکس عمل سرشتی در محیط فرکانس به صورت تقسیم تعریف می شود؛ بنابراین، در صورت بکارگیری عکس سرشتی می توان بعد از این مرحله با اعمال تبدیل معکوس

فوریه مجدداً امکان انتقال داده‌ها را در محیط زمان فراهم نمود. در زلزله شناسی به دلیل ضعف موجود در ارائه دقیق کانون لرزه به هنگام بررسی محیط انتشار غالباً از کانونهای لرزه‌ای کنترل شده استفاده می‌شود. بررسی ویژگیهای کانون لرزه هم در محیط زمان و هم در محیط فرکانس صورت می‌پذیرد. این بررسی در محیط زمان معمولاً با لحاظ کردن جهت حرکت اولیه سیگنال و توزیع آن بر روی کره زمین صورت می‌پذیرد. این توزیع بر روی کره زمین به صورت نقاط فشاری و کششی می‌باشد که با تفکیک آنها می‌توان صفحه‌گسل را مشخص نمود؛ لیکن این روش در ارتباط با آن و حرکت موجود بر روی صفحه‌گسل تنها اطلاعات میانگین غیرقطعی را در اختیار کاربر قرار می‌دهد.

هنگام وقوع زلزله جا به جایی حاصله بر روی صفحه‌گسل تابع یکنواخت تعریف شده در زمان و فضا نمی‌باشد. تانسور گشتاور لرزه‌ای تابعی از زمان است و حالت غیرپیوسته‌ای دارد. مشتق زمان از تانسور گشتاور لرزه‌ای معرف شکل موج در فواصل دور می‌باشد؛ لذا در صورت بکارگیری سیگنال‌های ثبت شده در فواصل دور و عمل معکوس (*Inversion*) بر روی سیگنال‌ها می‌توان تانسور گشتاور لرزه‌ای و متعاقب آن میزان جا به جایی بر روی صفحه‌گسل را محاسبه نمود.

تحلیل طیفی داده‌ها در ژئوفیزیک در برگزیده سربها، تبدیل و طیف فوریه است که شامل روشهای جدید از قبیل طیف چگالی نیرو و بیشینه انتروپی نیز می‌باشد. این مفاهیم توسط جوزف فوریه در تاریخ ۲۱ دسامبر ۱۸۰۷ در فرهنگستان علوم فرانسه ارائه گردید [۱]. نوربرت وینر در سال ۱۹۳۰ تحلیل گسترده هارمونیک را متعاقب کاربردی- نمودن روشهای طیفی مطرح نمود [۲، ۳ و ۴]. متعاقب این امر تحلیل سریهای زمان غیر ایستگاهی با مضمون حداقل مجموع مربعات به همراه مفاهیم فیلترهای وینر مطرح گردید. سیگنال‌های زلزله، با طیفی گسترده و مختلف کاربرد فراوانی دارند. در ابتدا تحلیل طیفی فوریه شروع و با گسترش آن مفاهیمی همچون طیف حجمی، نیرو، طیف بیشینه انتروپی، کپ‌اسپکتروم و کمپلکس اسپکتروم گسترش یافته است.

### ۳- تحلیل هیلبرت

معرفی یک تابع (پیوسته یا ناپیوسته) در محیط فرکانس به کمک تبدیل فوریه با طیفهای دامنه و فاز حاصل- می‌گردد. از جمله مواردی که در محاسبه طیف‌گیری به هنگام قطع داده‌ها با پنجره مستطیل حاصل می‌شود مسأله افت انرژی می‌باشد. اهمیت این مسأله فرای گرد نمودن طیف، بیشتر در مورد میزان صحت و اعتبار طیف‌گیری می‌باشد. علاوه بر آن، محاسبه دامنه و فاز یک فرکانس مشخص از سویی مسأله افت انرژی در فرکانس‌های مجاور را در پی خواهد داشت و باعث به دست آمدن طیفی متفاوت و به دور از انتظار می‌باشد. برای تحلیل مسأله در محیط زمان لازم است عمل تبدیل فوریه بر روی داده‌هایی با طول محدود به صورتی در نظر گرفته شود که آن بخش از تابع که در درون پنجره قرار می‌گیرد حالت تکرار پرودییک آن در خارج از محیط پنجره لحاظ گردد. قابل ذکر است که در نقطه تقاطع تابع پنجره و داده‌ها یک انطباق پرودییک حاصل می‌شود. این روند، بروز ناهنجاری در کناره‌های جانبی تابع را به دنبال خواهد داشت. وجود نوسانات ناهنجار در محیط فرکانس باعث بروز موجکهایی در محیط دیگر (زمان) می‌شود. در این شرایط، برای از بین بردن این ناهنجاریها و یا به حداقل رساندن آنها لازم است پنجره‌هایی بر کناره‌های جانبی داده‌ها اعمال شود. برای دسترسی به یک طیف قابل اعتماد لازم است پنجره مورد استفاده دارای ویژگیهای زیر باشد:

۱- دامنه نوسانات جانبی پنجره در حد ممکن در سطح پایین باشد؛

۲- نسبت افت دامنه در نوسانات جانبی در حد ممکن سریع باشد؛

۳- محدوده باند گستره پنجره نباید زیاد وسیع باشد.

برقراری یک رابطه منطقی بین دامنه فاز و یا به عبارتی بین مقادیر حقیقی و غیرحقیقی طیف می‌تواند مفید باشد. این رابطه با تبدیل هیلبرت به دست می‌آید. تابع  $s(t)$  را می‌توان به صورت مجموع بردارهای جفت  $s_e(t)$  و تک  $s_o(t)$  به صورت رابطه (۱) نوشت [۵]:

خواهیم داشت:

$$S_e(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S_e(f) \cos(2\pi ft) df \quad (11)$$

$$S_o(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S_o(f) \sin(2\pi ft) df \quad (12)$$

اگر  $s(t) = 0$  و  $t < 0$  باشد، آنگاه  $s_e(t) = s_o(t)$ ،  $t \geq 0$  حاصل می شود. در این شرایط (برای  $t \geq 0$ ) می توان چنین نوشت:

$$\int_{-\infty}^{\infty} s_e(f) \cos(2\pi ft) df = - \int_{-\infty}^{\infty} s_o(f) \sin(2\pi ft) df \quad (13)$$

علاوه بر این، بردار جفت از رابطه (۱۴) محاسبه می شود:

$$s_e(t) = -s_o(t) \quad (14)$$

آنگاه خواهیم داشت:

$$\int_{-\infty}^{\infty} s_e(f) \cos(2\pi ft) df = - \int_{-\infty}^{\infty} s_o(f) \sin(2\pi f|t|) df \quad (15)$$

در اینجا  $-\infty < t < \infty$  می باشد. از تبدیل کوسینوسی معادله (۹) خواهیم داشت:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} s_e(t) \cos(2\pi ft) df = \int_{-\infty}^{\infty} \cos(2\pi ft) dt \cdot \int_{-\infty}^{\infty} s_e(u) \cos(2\pi ut) du \quad (16)$$

از معادله (۹) در نهایت می توان معادله (۱۷) را به دست آورد:

$$S_e(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \cos(2\pi ft) dt \cdot \int_{-\infty}^{\infty} s_e(u) \cos(2\pi ut) du \quad (17)$$

قسمت راست انتگرال را می توان مانند معادله (۱۵) به صورت رابطه های (۱۸ و ۱۹) ارائه نمود:

$$S_e(f) = - \int_{-\infty}^{\infty} s_o(u) \sin(2\pi ut) du \quad (18)$$

$$S_e(f) = -4 \int_{-\infty}^{\infty} \cos(2\pi ft) dt \int_{-\infty}^{\infty} s_o(u) \sin(2\pi ut) du \quad (19)$$

این معادله مهم گویای این امر است که هنگامی که بخش غیر حقیقی تابع فرکانسی یک فیلتر در دسترس باشد می توان بخش حقیقی را نیز به دست آورد و یا برعکس در صورت در دسترس بودن بخش حقیقی تابع فرکانس یک فیلتر، حصول به بخش غیر حقیقی نیز امکان پذیر می باشد:

$$S_o(f) = -4 \int_0^{\infty} \sin(2\pi ft) dt \int_0^{\infty} s_e(u) \cos(2\pi ut) du \quad (20)$$

به معادله های (۱۹) و (۲۰) چرخش هیلبرت گفته می شود. تبدیل هیلبرت تابع  $s(t)$  را می توان به صورت رابطه (۲۱)

$$s(t) = s_e(t) + s_o(t) \quad (1)$$

با در نظر گرفتن جفت و تک بودن خواهیم داشت:

$$s_e(t) = s_e(-t) \quad (2)$$

$$s_o(t) = s_o(-t) \quad (3)$$

$$s(-t) = s_e(t) - s_o(t) \quad (4)$$

از معادلات (۱) و (۴) روابط (۵) و (۶) حاصل می گردد:

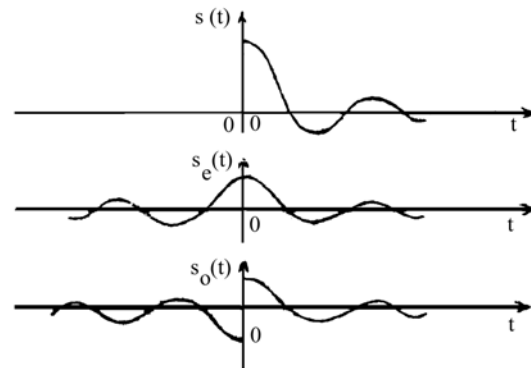
$$s_e(t) = \frac{1}{2} [s(t) + s(-t)] \quad (5)$$

$$s_o(t) = \frac{1}{2} [s(t) - s(-t)] \quad (6)$$

شکل (۱) مثالی برای معرفی این توابع می باشد. تبدیل فوریه تابع  $s(t)$  به صورت رابطه (۷) است:

( )

$$s(f) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) e^{-i2\pi ft} dt$$



شکل (۱): نمایش یک تابع به صورت مجموع توابع زوج و فرد

اگر در رابطه (۷) مقدار  $s(t)$  قرار داده شود، آنگاه:

$$\begin{aligned} S(f) &= \int_{-\infty}^{\infty} \{S_e(t) + S_o(t)\} \{\cos(2\pi ft) - i \sin(2\pi ft)\} dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} S_e(t) \cos(2\pi ft) dt - i \int_{-\infty}^{\infty} S_o(t) \sin(2\pi ft) dt \\ &= S_e(f) + i S_o(f) \end{aligned} \quad (8)$$

برآیند حقیقی و برآیند زوج تابع  $S(f)$  برابر است با:

$$S_e(f) = \int_{-\infty}^{\infty} S_e(t) \cos(2\pi ft) dt \quad (9)$$

برآیند غیر حقیقی و در عین حال برآیند منفرد تابع  $S(f)$  برابر است با:

$$S_o(f) = - \int_{-\infty}^{\infty} S_o(t) \sin(2\pi ft) dt \quad (10)$$

اگر از توابع (۹) و (۱۰)، تبدیل معکوس فوریه محاسبه شود

ارائه نمود [۶]:

$$S_{Hi}(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{s(t') dt'}{t' - t} \quad (21)$$

عمل انتگرال هنگامی که  $t = t'$  می باشد حالت نامعینی دارد؛ لیکن، با بکارگیری پر نسیب *Cauchy* و مقدار آن از شرایط نامعین خارج می گردد؛ بنابراین:

$$\int_c \frac{f(t)}{t - t_0} dt = -i2\pi f(t_0) \quad (22)$$

در رابطه (۲۲)،  $c$  گویای انتگرال خطی بوده که در برگزیده منحنی بسته می باشد. در اصل تبدیل هیلبرت  $S_{Hi}(t)$  از سرشتی تابع  $s(t)$  با  $\frac{1}{\pi t}$  به دست می آید:

$$S_{Hi}(t) = -\frac{1}{\pi} * s(t) \quad (23)$$

مشاهده می شود تبدیل هیلبرت یک عمل فیلتر کردن می باشد. در این عمل مقدار دامنه ها تغییر نکرده و تنها مقادیر فاز در تمامی فرکانس ها متناسب با علامت فرکانس  $f$  به میزان  $+\pi/2$  تغییر خواهد نمود. به این دلیل، هرگاه از یک تابع دوبار تبدیل هیلبرت انجام پذیرد مجدداً تابع اولیه به دست می آید. اگر  $S(W) = R(W) + iI(W)$  باشد، برای  $t < 0$  مقدار  $s(t) = 0$  می شود و اگر تبدیل فوریه آن نشان داده شود، خواهیم داشت [۷]:

$$S(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} R(w) \cos(wt) dt = -\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} I(w) \sin(wt) dt \quad (24)$$

$$R(w) = \frac{-2}{\pi} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} I(y) \sin(yt) \cos(wt) dy dt \quad (25)$$

$$I(w) = -\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} R(y) \cos(yt) \sin(wt) dy dt \quad (26)$$

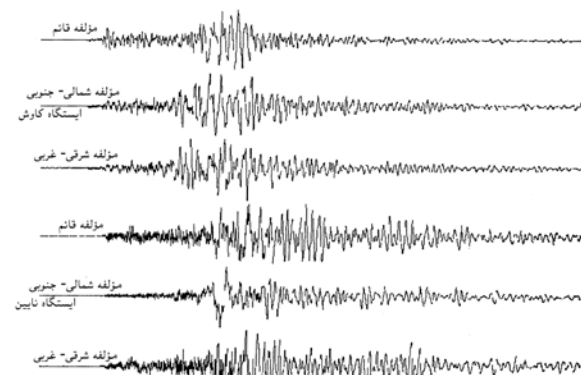
در این محاسبه برای آنکه در عمل انتگرال گیری، عمل متقابل صورت نپذیرد به جای  $w$  از  $y$  استفاده شده است. معادله های (۲۵) و (۲۶) گویای وابسته بودن توابع حقیقی و غیرحقیقی به یکدیگر بوده که در صورت معلوم بودن یکی دیگری را نیز می توان تثبیت نمود.

برای مشخص کردن بخش غیرحقیقی ردهای لرزه ای در ژئوفیزیک تبدیل هیلبرت به طور معمول مورد استفاده قرار می گیرد. حاصل رد لرزه ای و برآیند آن یک رد کمپلکس می باشد. میزان بازتابش لرزه ای (نیرو) و مقادیر فاز

لحظه ای که تابعی از زمان می باشد را می توان از ردهای کمپلکس به دست آورد. مقادیر فرکانس لحظه ای قابل دسترس از فازهای لحظه ای و تابعی از زمان می باشد. به کمک این اطلاعات فیزیکی می توان گذار از مرحله فیزیکی به مرحله زمین را مهیا نمود [۸ و ۹]. مقادیر ثبت شده غالباً به صورت رنگی قابل ترسیم می باشد و در آشکار شدن لایه های مختلف زمین شناسی می تواند نقش آفرین باشد.

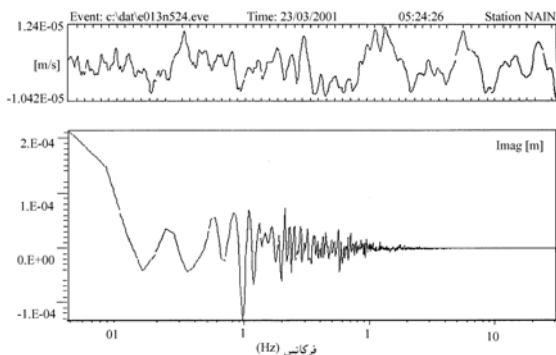
#### ۴- تحلیل هیلبرت سیگنال های زمین لرزه ۲۳/۳/۲۰۰۱

این زمین لرزه با بزرگای  $M_s = 5.1$  در حوزه پیش بوم زاگرس به وقوع پیوسته است. سابقه لرزه خیزی منطقه گویای فعال بودن منطقه می باشد. فاصله کانون لرزه تا ایستگاههای ثبت کاوش و نایین به ترتیب ۵۱۴ و ۵۴۳ کیلومتر است که سیگنال های شامل  $P$  و  $S$  بر روی مؤلفه قائم آشکارا دیده می شود (شکل ۲). حوزه از شمال توسط گسل پیش بوم کوهپایه (*Mountain Front Fault*) و از جنوب غرب با گسل پیش بوم زاگرس (*Zagros Foredeep Fault*) محصور گردیده است. ساختار زمین شناسی منطقه در برگزیده چین خوردگیهای متقارن با رسوبات میوسن (گروه فارس) و سنگ آهکهای آسماری به همراه ترکیبات نمکی گچساران می باشد.

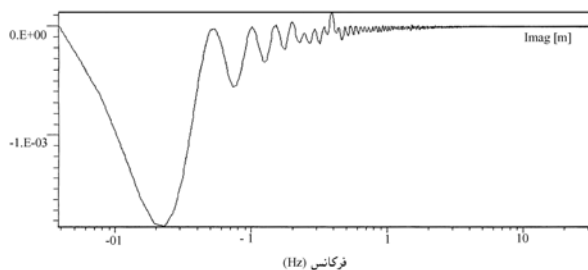


شکل (۲): سیگنال های لرزه ۲۰۰۱/۳/۲۳ ثبت شده در ایستگاههای کاوش و نایین در این بررسی برای معرفی کاربرد تحلیل هیلبرت سیگنال های  $P$  و  $S$  از مؤلفه های قائم ایستگاههای کاوش و نایین انتخاب گردیده است. طیف فوریه فازهای انتخاب-

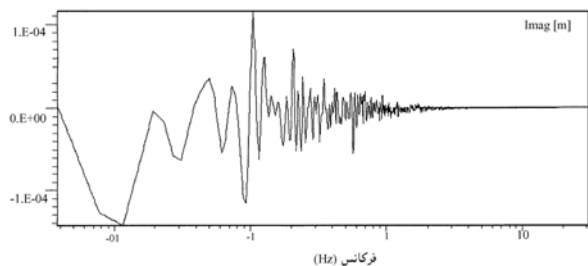
شده به ترتیب در شکلهای (۳) و (۴) و مقادیر حقیقی محاسبه شده طیف برای هر دو فاز در شکلهای (۵) و (۶) نشان داده شده است. در این مرحله به کمک تحلیل هیلبرت می‌توان مقادیر غیر حقیقی فازها را محاسبه نمود (شکل ۷ و ۸).



شکل (۶): مقدار حقیقی فاز S ثبت شده در ایستگاه ناین



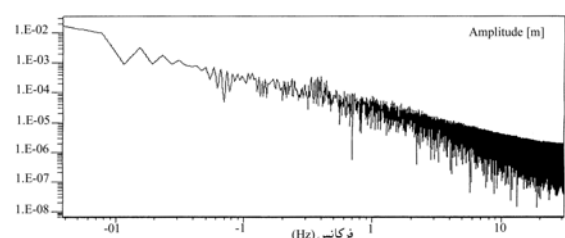
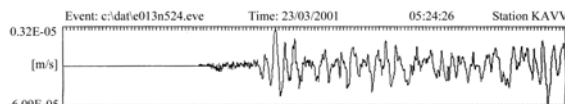
شکل (۷): مقادیر غیر حقیقی حاصل از تحلیل هیلبرت فاز P در ایستگاه کاوش



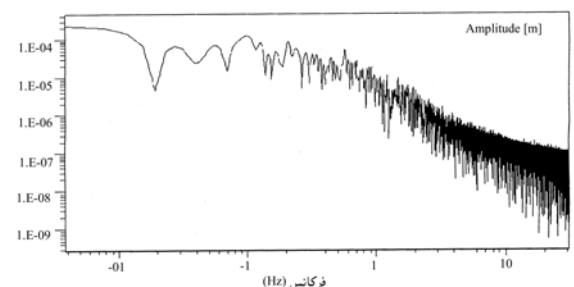
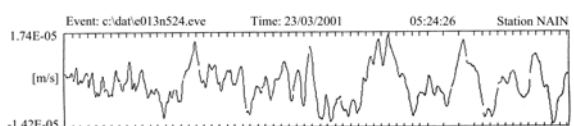
شکل (۸): مقادیر غیر حقیقی حاصل از تحلیل هیلبرت فاز S در ایستگاه ناین

## ۵- نتیجه گیری

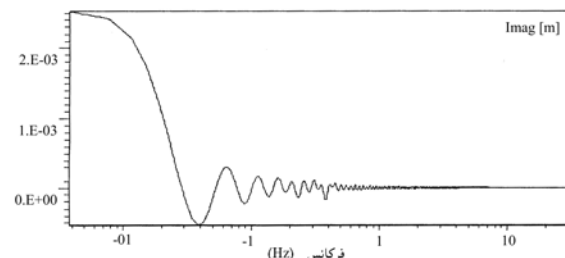
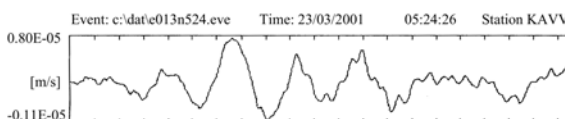
اطلاعات ثبت شده بر روی لرزه نگاشت از یک سو در برگیرنده ویژگیهای مربوط به کانون زلزله، محیط انتشار موج و دستگاه ثبت می‌باشد؛ لذا، بررسی این اطلاعات می‌تواند اطلاعات مفیدی را در اختیار کاربر قرار دهد. از سوی دیگر، اطلاعات ثبت شده حاصل سرشتی توابع مختلف مربوط به کانون زلزله، محیط انتشار و دستگاه ثبت در حوزه زمان است و پارامترهای معرف کانون، محیط و دستگاه ثبت به نوعی تابعی از فرکانس می‌باشند (ابعاد کانون، کاهندگی انرژی امواج در محیط انتشار...); لذا بررسی سیگنال‌های ثبت شده در محیط فرکانس می‌تواند اطلاعات مفیدی در خصوص پارامترهای ذکر شده در اختیار قرار دهد. متعاقب این امر، برقراری رابطه



شکل (۳): طیف فوریه فاز P در ایستگاه کاوش



شکل (۴): طیف فوریه فاز S در ایستگاه ناین



شکل (۵): مقدار حقیقی فاز P در ایستگاه کاوش

- Academic Press, New York, 1977.
4. Wiener, N., The Extrapolation, Interpolation and Smoothing of Stationary Time Series, MIT Press, Cambr. Mass., 1949.
  5. Lee, Y.W., (1960), "Statistical Theory of Communication", Jhon Wiley and Sons, New York.
  6. Bracewell, R., (1965), "The Fourier Transform and Its Applications", McGrawHill, New York.
  7. Hsu, H.P., (1970), "Fourier Analysis: Simon and Schuster", New York.
  8. Taner, M.T., and Sheriff, R.E., (1977), "Application of Amplitude, Frequency and Other Attributes to Stratigraphic and Hydrocarbon Determination", Seismic Stratigraphy, Applications to Hydrocarbon Exploration: American Assc. of Petroleum Geol., Memoir 26, Tulsa, pp. 301-327.
  9. Yılmaz, Ö., 1987, Karmasik Sismikiz ve Uygulamalari: Türkiye Dördüncü Petrol Kongresi-Ankara, Derleyen Esreller, G., s., pp. 205-212. ◀

منطقی بین مقادیر حقیقی و غیرحقیقی طیف از اهمیت خاصی برخوردار است. در شرایطی که کاربر تنها به یکی از پارامترهای ذکر شده دسترسی داشته باشد و بخواهد در خصوص دیگر پارامتر کسب اطلاع نماید تحلیل هیلبرت می‌تواند در این مورد مفید واقع شود.

## ۶- مراجع

1. Cantiez, N. Yaramanci. U., and Özdemir. H. Spektral Analiz, TMMOB Jeofizik Muhendisleri Odasi, pp. 1-8, 1987.
2. Berkhout, A. J. and Zaanen, P. R., A Comparison Between Wiener Filtering, Kalman Filtering and Deterministic Least-Squares Estimation, Geophys. Prosp. 24, 137-141, 1976.
3. Treitel, S. P. R. Gutowski and E.A. Robinson, Empirical Spectral Analysis Revisited, in Topics in Numerical Analysis, (Ed) J.H. Miller, P. 429-446,