



تحلیل سیستم های ثانویه با میرایی متناسب تحت اثر مؤلفه های چندگانه زلزله با روش مد تغییر مکان

علیرضا فیوض، دانشجوی دوره دکترای سازه دانشگاه تربیت مدرس
محسن غفوری آشتیانی، استاد و رئیس پژوهشگاه

۱- چکیده

می شوند و معمولاً جرم آنها نسبت به جرم سازه اصلی کمتر است. کاربرد این سیستم ها بیشتر در سازه های صنعتی مثل نیروگاه های هسته ای، اتاق های کنترل، تجهیزات الکترونیکی و کامپیوتری و ... می باشد. این سیستم ها به دلیل اهمیتی که دارند لازم است به صورت مناسبی در مقابل نیروهای زلزله تحلیل و طراحی شوند.

سینگ برای اولین بار با استفاده از روش ارتعاشات پیشا، طیف طرح طبقه را مستقیماً بر حسب طیف طرح زمین به دست آورد [۱]. در این روش، ابتدا تابع چگالی طیفی پاسخ درجه آزادی طبقه مورد نظر بر حسب تابع چگالی طیفی زمین محاسبه و سپس از آن به عنوان ورودی یک سیستم یک درجه آزاد (به عنوان سیستم ثانویه) استفاده می شود و تابع چگالی طیفی پاسخ، میانگین مربعات و نهایتاً طیف طرح آن به دست می آید. با استفاده از طیف طرح طبقه می توان حداکثر نیروهای وارده به سیستم ثانویه را محاسبه نمود. این روش در سال ۱۹۸۳ توسط شارما و سینگ برای سیستم های با میرایی نامتناسب تعمیم داده شد [۲]. خواص مدی سیستم مرکب اولیه- ثانویه با خواص مدی هر یک از سیستم ها متفاوت می باشد؛ لذا، استفاده از روشهای معمولی دینامیک سازه ها برای به دست آوردن خواص مدی سیستم مرکب دچار مشکلات ناپایداری عددی می شود. ساکن و همکاران با استفاده از روش ریاضی پرتوریشن خواص مدی سیستم مرکب را به دست آوردند [۳] و سپس پاسخ این سیستم ها را در برابر نیروهای پیشا محاسبه نمودند [۴].

برخی از سیستم های ثانویه، دارای چند تکیه گاه و یا چند درجه آزادی می باشند. اسفورا و درکیورگیان مفهوم طیف متقاطع طبقه را در تحلیل چنین سیستم های ثانویه ای وارد نمودند [۵]. ایشان ابتدا تابع چگالی طیفی متقاطع، تغییر مکان نسبی، تغییر مکان کل و شتاب-

تحلیل سیستم های ثانویه تحت اثر تک مؤلفه های زلزله تاکنون موضوع تحقیقات زیادی بوده است. تحلیل سیستم های اولیه تحت اثر مؤلفه های چندگانه زلزله نیز توسط محققین مختلف مورد بررسی قرار گرفته است. در این مقاله ابتدا با استفاده از روش ارتعاشات پیشا، سیستم های ثانویه ای که سیستم اولیه آنها تحت اثر مؤلفه های چندگانه زلزله قرار گرفته، تحلیل شده اند. در این تحلیل مؤلفه های زلزله به صورت همبسته در نظر گرفته شده اند و توابع چگالی طیفی و خود همبستگی پاسخ سیستم اولیه تحت اثر این مؤلفه ها به دست آمده است. سپس این توابع به عنوان ورودی سیستم ثانویه در نظر گرفته شده و توابع خود همبستگی، چگالی طیفی و میانگین مربعات پاسخ سیستم ثانویه محاسبه شده است. ورودی زلزله می تواند به صورت تابع چگالی طیفی یا طیف طرح زمین باشد. علاوه بر آن، با ملحوظ نمودن سازه اصلی به صورت قابهای ساختمانی سه بعدی با کف صلب و در نظر گرفتن دو مؤلفه افقی و یک مؤلفه قائم برای زلزله، زاویه بحرانی به دست آمده است. برای نشان دادن کارایی روش ارائه شده، چند قاب ساختمانی تحلیل شده، طیفهای پاسخ طبقات آنها به دست آمده و نتایج مورد بررسی قرار گرفته اند. نتایج حاصل از این بررسی نشان می دهد که در نظر گرفتن چند مؤلفه ای بودن زلزله و وارد کردن این مؤلفه ها در امتداد زاویه بحرانی طیف پاسخ طبقات را بویژه در ساختمانهای بلند، خروج از محورهای زیاد و هم فرکانسی، بسیار افزایش می دهد. کلید واژه ها: ارتعاشات پیشا، سیستم های ثانویه، مؤلفه های چندگانه همبسته زلزله، طیف پاسخ طبقه و زاویه بحرانی.

۲- مقدمه

سیستم های ثانویه سیستم هایی هستند که به یک سازه اصلی متصل

مطلق طبقات را به دست آورده، سپس با انتگرال گیری از آنها میانگین مربعات این توابع را محاسبه نمودند و با ضرب میانگین مربعات در ضرایب اوج مربوطه طیف پاسخ متقاطع طبقه را به دست آوردند. علاوه بر آن، با مساوی فرض نمودن ضرایب اوج، طیف متقاطع طبقه را مستقیماً بر حسب طیف طرح زمین به دست آوردند. هرچند خواص مدی که اسفورا و درکیورگیان برای محاسبه طیف متقاطع طبقه استفاده کردند، خواص مدی سیستم مرکبی بود که توسط ساکن و همکاران [۳] به دست آمده بود، لیکن در محاسبه تابع چگالی طیفی، اندرکنش دو سیستم حذف شده بود. بوردیسو و سینگ اثر اندرکنش را وارد محاسبه طیف پاسخ سیستم های ثانویه با تکیه گاه چندگانه نمودند [۶].

دی و گوپتا تابع انتقال تغییر مکان سیستم ثانویه را بر اساس خواص مدی سیستم های اولیه و ثانویه با تکیه گاه ثابت به دست آوردند [۷]. ایشان در تعمیم دیگری از تحقیق خود تکیه گاه سیستم اولیه را به صورت انعطاف پذیر در نظر گرفتند [۸]. اخیراً سو بر اساس مدل نمودار پاسخ فرکانسی شتاب سیستم ثانویه و نیروی به وجود آمده در تکیه گاه آن را به دست آورده است [۹]. همچنین برنال با استفاده از روش زیر سازه، سیستم مرکب شامل سازه اولیه، سیستم ثانویه و محیط خاک را تحلیل کرده، پاسخ سیستم ثانویه را در دامنه فرکانس به دست آورده است [۱۰].

در روشهای ارائه شده برای تحلیل سیستم های ثانویه، زلزله به صورت تک مؤلفه ای در نظر گرفته شده است. موضوعی که در سالهای اخیر ذهن محققین مهندسی زلزله را به خود مشغول ساخته است، چند مؤلفه ای بودن زلزله است. در روشهای معمولی، سازه ها با فرض تک مؤلفه ای بودن شتاب زلزله تحلیل می شوند؛ ولی واقعیت این است که زلزله دارای سه مؤلفه شتاب انتقالی و سه مؤلفه شتاب دورانی است و باید به طور همزمان تحت اثر این شش مؤلفه قرار گیرد و تحلیل شود [۱۱]. البته سه مؤلفه دورانی را می توان بر حسب مشتقات سه مؤلفه انتقالی و سرعت امواج برشی بیان کرد [۱۲] و [۱۳]. سه مؤلفه انتقالی شتاب زلزله در حالت کلی همبسته می باشند؛ ولی، می توان امتدادهایی را یافت که در آن امتدادها، مؤلفه های زلزله ناپسته هستند [۱۴]. ویلسن و باتن با فرض اینکه طیف دو مؤلفه افقی زلزله با یکدیگر رابطه خطی دارند، روش ترکیب مربعی کامل را برای محاسبه پاسخ سازه در برابر هر یک از مؤلفه های زلزله

پیشنهاد نمودند و بر اساس آن زاویه بحرانی را به دست آوردند [۱۵]. آشتیانی و سینگ زلزله را به صورت شش مؤلفه ای در نظر گرفته و با استفاده از روش ارتعاشات پیشا پاسخ سازه را به دست آوردند [۱۳]. لویز و تورس سازه را به صورت قابهای ساختمانی سه بعدی با کف صلب در نظر گرفتند که تحت اثر دو مؤلفه افقی زلزله قرار گرفته اند و پاسخ سازه را بر حسب زاویه برخورد این مؤلفه ها با امتدادهای اصلی سازه به دست آورده، سپس زاویه بحرانی و پاسخ حداکثر را محاسبه نمودند [۱۶].

هدف این مقاله به دست آوردن طیف پاسخ طبقه تحت اثر مؤلفه های چندگانه زلزله می باشد؛ لذا، سیستم ثانویه به صورت یک سیستم یک-درجه آزاد در نظر گرفته شده است که به یک سازه اصلی متصل است. سازه اصلی تحت اثر مؤلفه های چندگانه زلزله قرار داده شده است. با استفاده از روش ارتعاشات پیشا توابع چگالی طیفی، خودهمبستگی و میانگین مربعات شتاب مطلق سیستم ثانویه به دست آمده است. ورودی زلزله می تواند تابع چگالی طیفی زمین (در این صورت تابع چگالی طیفی شتاب مطلق سیستم ثانویه به دست می آید) و یا طیف پاسخ زمین باشد (در این صورت طیف شتاب مطلق طبقه به دست می آید). علاوه، در حالت خاصی که سازه اصلی به صورت قاب ساختمانی سه بعدی با کف صلب بوده و زلزله دارای دو مؤلفه افقی و یک مؤلفه قائم باشد، زاویه بحرانی و نیز طیف شتاب مطلق طبقه تحت اثر زاویه بحرانی به دست آمده است. برای نشان دادن کارایی روش ارائه شده، چند مثال حل شده و نتایج به دست آمده مورد بررسی قرار گرفته است.

۳- مبانی نظری و فرمولاسیون

در این قسمت ابتدا تاریخچه زمانی شتاب مطلق درجات آزادی سازه به دست می آید. سپس توابع خود همبستگی و چگالی طیفی آن محاسبه و از آن به عنوان ورودی سیستم ثانویه استفاده می گردد. آنگاه میانگین مربعات و در نهایت روابط لازم برای محاسبه طیف طبقه و زاویه بحرانی ارائه می شود.

۳-۱- شتاب مطلق درجات آزادی

معادله حرکت یک سازه چند درجه آزاد تحت اثر شتابهای چندگانه زلزله عبارت است از:

$$[M] \{\ddot{U}\} + [C] \{\dot{y}\} + [K] \{y\} = \{0\} \quad (1)$$

در رابطه (۱)، $[M]$ ، $[C]$ و $[K]$ به ترتیب ماتریس های جرم، میرایی و سختی سازه، $\{U\}$ بردار شتابهای مطلق درجات آزادی سازه و $\{y\}$ و $\{\dot{y}\}$ به ترتیب بردار تغییر مکان و سرعت نسبی درجات آزادی سازه نسبت به زمین می باشند. تغییر مکانهای کل درجات آزادی بر حسب

تغییر مکانهای زمین با رابطه (۲) قابل بیان می باشد:

$$\{U\} = \{y\} + [r] \{x'_g\} \quad (2)$$

در رابطه (۲)، $\{U\}$ بردار تغییر مکانهای کل درجات آزادی، $\{x'_g\}$ بردار جابه جاییهای زمین در راستای امتدادهای اصلی سازه است که در حالت کلی به یکدیگر وابسته می باشند و $[r]$ یک ماتریس $N \times 6$ است که هر ستون آن بیانگر تأثیر هر یک از مؤلفه های زلزله روی درجات آزادی سازه می باشد (N تعداد درجات آزادی سازه است). در این مقاله فرض شده است که زلزله دارای سه مؤلفه انتقالی است. در نتیجه، $[r]$ دارای سه ستون است که ستون اول تأثیر مؤلفه اول زلزله، ستون دوم تأثیر مؤلفه دوم زلزله و ستون سوم تأثیر مؤلفه سوم آن می باشند؛ بنابراین، به صورت رابطه (۳) نوشته می شود:

$$[r] = \begin{bmatrix} [r_1] & [r_2] & [r_3] \end{bmatrix} \quad (3)$$

با جایگزینی رابطه (۲) در رابطه (۱)، معادله حرکت به صورت رابطه (۴) در می آید:

$$[M] \{\ddot{y}\} + [C] \{\dot{y}\} + [K] \{y\} = -[M] [r] \{\ddot{x}'_g\} \quad (4)$$

با استفاده از روش مدهای طبیعی، تغییر مکانهای نسبی بر حسب مختصات طبیعی به صورت رابطه (۵) بسط داده می شوند:

$$\{y\} = \sum_{j=1}^N \{\phi_j\} v_j \quad (5)$$

در رابطه (۵)، $\{\phi_j\}$ بردار شکل مد j ام و v_j مختصات طبیعی j ام می باشد. با فرض متناسب بودن میرایی سازه، رابطه (۴) به صورت رابطه (۶) در می آید:

$$\ddot{v}_j + 2\xi_j \omega_j \dot{v}_j + \omega_j^2 v_j = -\frac{\{\phi_j\}^T [M] [r]}{M_j} \{\ddot{x}'_g\} \quad (6)$$

سمت راست رابطه (۶) عبارت است از:

$$\frac{\{\phi_j\}^T [M] [r]}{M_j} \{\ddot{x}'_g\} = \sum_{l=1}^3 \gamma_{jl} \ddot{x}'_{gl} \quad (7)$$

در رابطه (۷)، γ_{jl} ضریب اشتراک مؤلفه l ام زلزله در مد j ام سازه و $\left(\gamma_{jl} = \frac{\{\phi_j\}^T [M] \{t_l\}}{M_j} \right)$ شتاب زلزله در جهت l است؛

بنابراین، رابطه (۶) به صورت رابطه (۸) نوشته می شود:

$$\ddot{v}_j + 2\xi_j \omega_j \dot{v}_j + \omega_j^2 v_j = -\sum_{l=1}^3 \gamma_{jl} \ddot{x}'_{gl} \quad (8)$$

رابطه مذکور را به صورت رابطه (۹) نیز می توان نوشت:

$$\ddot{v}_j = -\sum_{l=1}^3 \gamma_{jl} \ddot{x}'_{gl} - 2\xi_j \omega_j \dot{v}_j - \omega_j^2 v_j \quad (9)$$

رابطه (۹)، شتاب مختصات طبیعی j ام را بر حسب تغییر مکان و سرعت مختصات طبیعی و شتاب زمین به دست می دهد که از آن برای محاسبه شتاب مطلق درجات آزادی استفاده می شود.

شتاب مطلق درجه آزادی m سازه اولیه برابر است با مجموع شتاب نسبی درجه آزادی m نسبت به زمین (\ddot{y}_m) و شتاب زمین (\ddot{x}'_g):

$$\ddot{U}_m = \ddot{y}_m + \sum_{l=1}^3 r_{ml} \ddot{x}'_{gl} \quad (10)$$

اگر در رابطه (۱۰) به جای \ddot{y}_m ، مشتق دوم رابطه (۵) قرار داده شود و سپس به جای \ddot{v}_j از رابطه (۹) جایگزین گردد، رابطه (۱۱) به دست می آید:

$$\ddot{U}_m = \sum_{j=1}^N \phi_{mj} \left(-\sum_{l=1}^3 \gamma_{jl} \ddot{x}'_{gl} - 2\xi_j \omega_j \dot{v}_j - \omega_j^2 v_j \right) + \sum_{l=1}^3 r_{ml} \ddot{x}'_{gl} \quad (11)$$

رابطه (۱۱) را به صورت رابطه (۱۲) نیز می توان نوشت:

$$\ddot{U}_m = \left[\sum_{l=1}^3 r_{ml} \ddot{x}'_{gl} - \sum_{j=1}^N \phi_{mj} \left(\sum_{l=1}^3 \gamma_{jl} \ddot{x}'_{gl} \right) \right] - \sum_{j=1}^N \phi_{mj} \left(2\xi_j \omega_j \dot{v}_j + \omega_j^2 v_j \right) \quad (12)$$

می توان نشان داد که کرشه سمت راست رابطه (۱۲) برابر صفر است؛ لذا این رابطه به صورت رابطه (۱۳) در می آید:

$$\ddot{U}_m = -\sum_{j=1}^N \phi_{mj} \left(2\xi_j \omega_j \dot{v}_j + \omega_j^2 v_j \right) \quad (13)$$

این رابطه شتاب مطلق درجه آزادی m را بر حسب سرعت و تغییر مکان مختصات طبیعی و خصوصیات دینامیکی سازه به دست می دهد. در این مقاله از این رابطه که در دامنه زمان است برای محاسبه توابع خود همبستگی و چگالی طیفی شتاب مطلق درجه آزادی m استفاده شده است. برای میرایی های کوچک، جمله حاوی تغییر مکان مختصات طبیعی بسیار بزرگتر از جمله حاوی سرعت مختصات طبیعی است؛ نتیجه، این فرمولاسیون روش مد تغییر مکان نامیده می شود.

۳-۲- توابع خود همبستگی و چگالی طیفی درجات آزادی

تابع خود همبستگی درجه آزادی m با استفاده از رابطه (۱۳) به صورت رابطه (۱۴) نوشته می شود:

$$R_{\ddot{U}_m}(t_1 - t_2) = E[\ddot{U}_m(t_1) \ddot{U}_m(t_2)] = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \phi_{mj} \phi_{mk} \left\{ \begin{aligned} & \left[\omega_j^2 \omega_k^2 E[v_j(t_1) v_k(t_2)] + 2\xi_j \omega_j \omega_k^2 E[\dot{v}_j(t_1) v_k(t_2)] + \right. \\ & \left. 2\xi_k \omega_k \omega_j^2 E[v_j(t_1) \dot{v}_k(t_2)] + 4\xi_j \xi_k \omega_j \omega_k E[\dot{v}_j(t_1) \dot{v}_k(t_2)] \right] \end{aligned} \right\}$$

(۱۴)

در رابطه (۱۴)، $E[...]$ به معنی میانگین است؛ بنابراین، تابع خود همبستگی توابع پیشا درون [] می باشد. توابع خود همبستگی موجود در سمت راست رابطه (۱۴) با استفاده از رابطه (۸) محاسبه می شود. حل معادله دیفرانسیل رابطه (۸) با استفاده از انتگرال دوهمامل و تابع پاسخ ضربه واحد $(h(t))$ عبارت است از:

$$v_j(t) = -\sum_{l=1}^3 \gamma_{jl} \left[\int_0^t \ddot{x}_{gl}(\tau_1) h_j(t_1 - \tau_1) d\tau_1 \right] \quad (۱۵)$$

در نتیجه، اولین تابع خود همبستگی رابطه (۱۴) را به صورت رابطه (۱۶) می توان نوشت:

$$E[v_j(t_1)v_k(t_2)] = \sum_{l=1}^3 \sum_{n=1}^3 \gamma_{jl} \gamma_{kn} \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} E[\ddot{x}_{gl}(\tau_1)\ddot{x}_{gn}(\tau_2)] h_j(t_1 - \tau_1) h_k(t_2 - \tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \quad (۱۶)$$

از رابطه (۱۶) مشاهده می شود که برای محاسبه میانگین پاسخ مختصات طبیعی لازم است ابتدا تابع خود همبستگی حرکات زمین محاسبه گردد. قبلاً ذکر گردید که $\ddot{x}_{g1}, \ddot{x}_{g2}, \ddot{x}_{g3}$ شتابهای زمین در امتدادهای اصلی سازه هستند که در حالت کلی همبسته می باشند. پزین و واتابه [۱۴] نشان دادند که امتدادهایی وجود دارد که شتابهای زلزله در آن امتدادها مستقل از یکدیگرند و این امتدادها را امتدادهای اصلی زلزله نامیدند. رابطه بین شتابهای زلزله در امتدادهای سازه (\ddot{x}'_g) و شتابهای زلزله در امتدادهای اصلی آن (\ddot{x}_g) به وسیله ماتریس کسینوسهای هادی [D] بیان می شود:

$$\{\ddot{x}'_g\} = [D] \{\ddot{x}_g\} \quad (۱۷)$$

در این رابطه، [D] ماتریس کسینوسهای هادی بین امتدادهای اصلی سازه و زلزله می باشد؛ بنابراین، شتاب زلزله در امتداد دلخواه l از رابطه (۱۸) به دست می آید:

$$\ddot{x}'_{gl}(\tau_1) = \sum_{p=1}^3 d_{lp} \ddot{x}_{gp}(\tau_1) \quad (۱۸)$$

تابع خود همبستگی شتابهای همبسته زمین (در امتدادهای اصلی سازه) بر حسب تابع خود همبستگی شتابهای نایسته زمین (در امتدادهای اصلی زلزله) نیز عبارت است از:

$$E[\ddot{x}'_{gl}(\tau_1)\ddot{x}'_{gn}(\tau_2)] = \sum_{p=1}^3 \sum_{q=1}^3 d_{lp} d_{nq} E[\ddot{x}_{gp}(\tau_1)\ddot{x}_{gq}(\tau_2)] \quad (۱۹)$$

چون فرض شده است که شتابهای \ddot{x}_g نایسته هستند، در نتیجه در رابطه (۱۹) زمانی که $p \neq q$ باشد، $E[\ddot{x}_{gp}(\tau_1)\ddot{x}_{gq}(\tau_2)] = 0$ می شود؛

لذا، رابطه (۱۹) به صورت رابطه (۲۰) در می آید:

$$E[\ddot{x}'_{gl}(\tau_1)\ddot{x}'_{gn}(\tau_2)] = \sum_{p=1}^3 d_{lp} d_{np} E[\ddot{x}_{gp}(\tau_1)\ddot{x}_{gp}(\tau_2)] \quad (۲۰)$$

با جایگذاری رابطه (۲۰) در رابطه (۱۶)، تابع خود همبستگی مختصات طبیعی برحسب تابع خود همبستگی شتابهای زمین محاسبه می شود:

$$E[v_j(t_1)v_k(t_2)] = \sum_{l=1}^3 \sum_{n=1}^3 \sum_{p=1}^3 \gamma_{jl} \gamma_{kn} d_{lp} d_{np} \quad (۲۱)$$

$\int_0^{t_1} \int_0^{t_2} E[\ddot{x}_{gp}(\tau_1)\ddot{x}_{gp}(\tau_2)] h_j(t_1 - \tau_1) h_k(t_2 - \tau_2) d\tau_1 d\tau_2$
تابع خود همبستگی شتابهای نایسته زمین که در رابطه (۲۱) وجود دارد را می توان بر حسب تابع چگالی طیفی آن نوشت:

$$E[\ddot{x}_{gp}(\tau_1)\ddot{x}_{gp}(\tau_2)] = \int_{-\infty}^{\infty} S_p(\omega) e^{i\omega(\tau_1 - \tau_2)} d\omega \quad (۲۲)$$

در رابطه (۲۲)، $S_p(\omega)$ تابع چگالی طیفی شتاب زمین در امتداد اصلی زلزله p می باشد. با جایگزینی رابطه (۲۲) در رابطه (۲۱) تابع خود همبستگی مختصات طبیعی بر حسب تابع چگالی طیفی شتاب زمین به دست می آید:

$$E[v_j(t_1)v_k(t_2)] = \sum_{l=1}^3 \sum_{n=1}^3 \sum_{p=1}^3 \gamma_{jl} \gamma_{kn} d_{lp} d_{np} \quad (۲۳)$$

$\int_0^{t_1} \int_0^{t_2} \int_{-\infty}^{\infty} S_p(\omega) e^{i\omega(\tau_1 - \tau_2)} h_j(t_1 - \tau_1) h_k(t_2 - \tau_2) d\tau_1 d\tau_2 d\omega$
با فرض مانا بودن فرایند، حدود انتگرالهای اول و دوم رابطه (۲۳) را می توان به $-\infty$ تا $+\infty$ تغییر داد و با استفاده از رابطه بین توابع پاسخ ضربه واحد و پاسخ فرکانسی، رابطه (۲۳) به صورت رابطه (۲۴) در می آید:

$$E[v_j(t_1)v_k(t_2)] = \sum_{l=1}^3 \sum_{n=1}^3 \sum_{p=1}^3 \gamma_{jl} \gamma_{kn} d_{lp} d_{np} \quad (۲۴)$$

$\int_{-\infty}^{\infty} S_p(\omega) e^{i\omega(t_1 - t_2)} H_j H_k^* d\omega$
در این رابطه، H_j و H_k^* به ترتیب تابع پاسخ فرکانسی و مزدوج آن می باشند. به این ترتیب یکی از توابع خود همبستگی موجود در رابطه (۱۴) به دست آمد. سایر توابع خود همبستگی با مشتق گیری از رابطه (۲۴) به صورت روابط (۲۵، ۲۶ و ۲۷) به دست می آیند:

$$E[\dot{v}_j(t_1)v_k(t_2)] = \sum_{l=1}^3 \sum_{n=1}^3 \sum_{p=1}^3 \gamma_{jl} \gamma_{kn} d_{lp} d_{np} \quad (۲۵)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} i\omega S_p(\omega) H_j H_k^* e^{i\omega(t_1 - t_2)} d\omega$$

۴ آزادی سازه، یک سیستم ثانویه یک درجه آزاد با فرکانس ω_o و میرایی ξ_o متصل شده باشد، میانگین مربعات شتاب مطلق این سیستم $\left(E \left[\ddot{Z}^2 \right] \right)$ از رابطه (۳۱) به دست می آید:

$$E \left[\ddot{Z}^2 \right] = \int_{-\infty}^{\infty} S_{\ddot{Z}}(\omega) d\omega \quad (31)$$

در رابطه (۳۱)، $S_{\ddot{Z}}(\omega)$ ، تابع چگالی طیفی شتاب مطلق سیستم ثانویه و برابر است با:

$$S_{\ddot{Z}}(\omega) = S_{\ddot{U}_m}(\omega) \left(4\xi_o^2 \omega_o^2 \omega^2 + \omega_o^4 \right) |H_o|^2 \quad (32)$$

در رابطه (۳۲)، H_o ، تابع پاسخ فرکانسی سیستم ثانویه است. با جایگزینی رابطه (۳۰) در رابطه (۳۲)، تابع چگالی طیفی شتاب مطلق سیستم ثانویه بر حسب تابع چگالی طیفی مؤلفه های شتاب زمین به دست می آید که با جایگزینی آن در رابطه (۳۱)، میانگین مربعات سیستم ثانویه خواهد شد:

$$E \left[\ddot{Z} \right]^2 = \sum_{j=1}^N R_{jo}^2 + 2 \sum_{j=1}^{N-1} \sum_{k=j+1}^N R_{jko} \quad (33)$$

کمیت های R_{jo}^2 و R_{jko} به ترتیب زیر به دست می آیند.

محاسبه R_{jo}^2

در رابطه (۳۳) برابر است با :

$$R_{jo}^2 = \phi_{mj}^2 \left[\sum_{l=1}^3 \sum_{n=1}^3 \sum_{p=1}^3 \gamma_{jl} \gamma_{jn} d_{lp} d_{np} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\omega_j^4 + 4\xi_j^2 \omega_j^2 \omega^2 \right) \left(\omega_o^4 + 4\xi_o^2 \omega_o^2 \omega^2 \right) |H_o|^2 |H_j|^2 S_p(\omega) d\omega \right] \quad (34)$$

انتگرال سمت راست رابطه (۳۴) به رابطه (۳۵) قابل تبدیل است:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left(\omega_j^4 + 4\xi_j^2 \omega_j^2 \omega^2 \right) \left(\omega_o^4 + 4\xi_o^2 \omega_o^2 \omega^2 \right) |H_o|^2 |H_j|^2 S_p(\omega) d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\left(A_{jo} \omega_o^4 + B_{jo} \omega_o^2 \omega^2 \right) |H_o|^2 + \left(C_{jo} \omega_j^4 + D_{jo} \omega_j^2 \omega^2 \right) |H_j|^2 \right] S_p(\omega) d\omega \quad (35)$$

در رابطه (۳۵)، A_{jo} تا D_{jo} ضرایبی هستند که از حل دستگاه معادلات همزمانی به دست می آیند که در پیوست یک شرح داده شده- است. با استفاده از روابط (۳۶) و (۳۷):

$$I_{op}(\omega_j, \xi_j) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} S_p(\omega) |H_j|^2 d\omega \quad (36)$$

$$I_{lp}(\omega_j, \xi_j) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 S_p(\omega) |H_j|^2 d\omega \quad (37)$$

که به ترتیب برابرند با میانگین مربعات تغییرمکان و سرعت نسبی

$$E \left[\dot{v}_j(t_1) \dot{v}_k(t_2) \right] = \sum_{l=1}^3 \sum_{n=1}^3 \sum_{p=1}^3 \gamma_{jl} \gamma_{kn} d_{lp} d_{np} \int_{-\infty}^{\infty} (-i\omega) S_p(\omega) H_j H_k^* e^{i\omega(t_1-t_2)} d\omega$$

$$E \left[\dot{v}_j(t_1) \dot{v}_k(t_2) \right] = \sum_{l=1}^3 \sum_{n=1}^3 \sum_{p=1}^3 \gamma_{jl} \gamma_{kn} d_{lp} d_{np} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 S_p(\omega) H_j H_k^* e^{i\omega(t_1-t_2)} d\omega \quad (27)$$

با جایگذاری روابط (۲۴) تا (۲۷) در رابطه (۱۴)، تابع خود همبستگی شتاب مطلق درجه آزادی m بر حسب تابع چگالی طیفی شتاب زمین در امتدادهای اصلی زلزله به دست می آید:

$$E \left[\ddot{U}_m(t_1) \ddot{U}_m(t_2) \right] = \sum_{l=1}^N \sum_{n=1}^N \phi_{mj} \phi_{mk} \left[\sum_{l=1}^3 \sum_{n=1}^3 \sum_{p=1}^3 \gamma_{jl} \gamma_{kn} d_{lp} d_{np} \right.$$

$$\left. d_{np} \times \int_{-\infty}^{\infty} \left(\omega_j^2 \omega_k^2 + 2i\omega \xi_j \omega_j \omega_k^2 - 2i\omega \xi_k \omega_k \omega_j^2 + 4\xi_j \xi_k \omega_j \omega_k \omega^2 \right) S_p(\omega) e^{i\omega(t_1-t_2)} H_j H_k^* d\omega \right] \quad (28)$$

با توجه به رابطه بین تابع خود همبستگی و چگالی طیفی یک فرایند پیشا، تابع چگالی طیفی شتاب مطلق درجه آزادی m عبارت است از:

$$S_{\ddot{U}_m}(\omega) = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \phi_{mj} \phi_{mk} \left[\sum_{l=1}^3 \sum_{n=1}^3 \sum_{p=1}^3 \gamma_{jl} \gamma_{kn} d_{lp} d_{np} \left(\omega_j^2 \omega_k^2 + 2i\omega \xi_j \omega_j \omega_k^2 - 2i\omega \xi_k \omega_k \omega_j^2 + 4\xi_j \xi_k \omega_j \omega_k \omega^2 \right) S_p(\omega) H_j H_k^* \right] \quad (29)$$

اگر در این رابطه جملات Σ از جملات $\Sigma\Sigma$ جدا شوند، پس از کمی محاسبات جبری رابطه (۳۰) به دست می آید:

$$S_{\ddot{U}_m}(\omega) = \sum_{j=1}^N \phi_{mj}^2 \left[\sum_{l=1}^3 \sum_{n=1}^3 \sum_{p=1}^3 \gamma_{jl} \gamma_{jn} d_{lp} d_{np} \left(\omega_j^4 + \xi_j^2 \omega_j^2 \omega^2 \right) S_p(\omega) |H_j|^2 \right] + 2 \sum_{j=1}^{N-1} \sum_{k=j+1}^N \phi_{mj} \phi_{mk} \left\{ \sum_{l=1}^3 \sum_{n=1}^3 \sum_{p=1}^3 \gamma_{jl} \gamma_{kn} d_{lp} d_{np} \left(\omega_j^2 \omega_k^2 + 4\xi_j \xi_k \omega_j \omega_k \omega^2 \right) \times \left[\left(\omega_j^2 - \omega^2 \right) \left(\omega_k^2 - \omega^2 \right) + 4\xi_j \xi_k \omega_j \omega_k \omega^2 + 4\omega_j \omega_k \omega^2 \left(\xi_k \omega_k \omega_j^2 - \xi_k \omega_k \omega^2 - \xi_j \omega_j \omega_k^2 + \xi_j \omega_j \omega^2 \right) \right] |H_j|^2 |H_k|^2 S_p(\omega) \right\} \quad (30)$$

۳-۳- میانگین مربعات شتاب مطلق سیستم ثانویه

در قسمت قبل تابع چگالی طیفی شتاب مطلق درجه آزادی m تحت اثر مؤلفه های سه گانه همبسته شتاب زلزله به دست آمد. اگر به

متناسب است و "ضریب تناسب" ضریب اوج نامیده می شود. ضریب اوج تابعی از فرکانس و مدت تداوم فرایند است؛ ولی، با دقت خوبی می توان آن را ثابت گرفت [۱۷]؛ بنابراین طیف پاسخ شتاب مطلق درجه آزادی m از ضرب نمودن ضریب اوج در میانگین مربعات آن به دست می آید:

$$R_m^2(\omega_o, \xi_o) = C_o^2 E [\ddot{Z}^2] \quad (42)$$

در رابطه (۴۲)، C_o ضریب اوج شتاب مطلق سیستم ثانویه و $R_m(\omega_o, \xi_o)$ طیف پاسخ شتاب مطلق درجه آزادی m در فرکانس ω_o و میرایی ξ_o می باشد. طیف پاسخ زمین نیز از ضرب میانگین مربعات پاسخ سیستم یک درجه آزاد در ضریب اوج آن به دست می آید:

$$R_{dp}^2(\omega_j, \xi_j) = C_{dp}^2 I_{op}(\omega_j, \xi_j) \quad (43)$$

$$R_{vp}^2(\omega_j, \xi_j) = C_{vp}^2 I_{lp}(\omega_j, \xi_j) \quad (44)$$

در روابط (۴۳ و ۴۴)، C_{dp} و C_{vp} به ترتیب ضرایب اوج تغییر مکان و سرعت در امتداد p و $R_{dp}(\omega_j, \xi_j)$ و $R_{vp}(\omega_j, \xi_j)$ به ترتیب طیفهای تغییر مکان و سرعت نسبی در فرکانس ω_j و میرایی ξ_j در امتداد اصلی زلزله p می باشند. با فرض مساوی بودن ضرایب اوج، جایگذاری رابطه (۳۳) در رابطه (۴۲) و استفاده از روابط (۴۳) و (۴۴)، رابطه (۴۵) برای طیف پاسخ شتاب مطلق درجه آزادی m به دست می آید:

$$R_m^2(\omega_o, \xi_o) = \sum_{j=1}^N \phi_{mj}^2 \left\{ \sum_{l=1}^3 \sum_{n=1}^3 \sum_{p=1}^3 \gamma_{jl} \gamma_{jn} d_{lp} d_{np} [(A_{jo} + B_{jo}) \right.$$

$$R_{ap}^2(\omega_o, \xi_o) + (C_{jo} + D_{jo}) R_{ap}^2(\omega_j, \xi_j) \left. \right\} + 2 \sum_{j=1}^{N-1} \sum_{k=j+1}^N \phi_{mk}$$

$$\left\{ \sum_{l=1}^3 \sum_{n=1}^3 \sum_{p=1}^3 \gamma_{jl} \gamma_{kn} d_{lp} d_{np} [(A_{jko} + B_{jko}) R_{ap}^2(\omega_o, \xi_o) + (C_{jko} + D_{jko}) R_{ap}^2(\omega_j, \xi_j) + (E_{jko} + F_{jko}) R_{ap}^2(\omega_k, \xi_k)] \right\} \quad (45)$$

در این رابطه، $R_{ap}(\omega_j, \xi_j)$ طیف پاسخ شبه شتاب مطلق زمین در فرکانس ω_j و میرایی ξ_j و در امتداد اصلی p می باشد. به این ترتیب با استفاده از رابطه (۴۵) می توان طیف طبقه m (درجه آزادی m) را زمانی که سازه تحت اثر شتابهای همبسته زمین قرار گرفته است به دست آورد.

۳-۵- حداکثر طیف پاسخ طبقه و زاویه بحرانی

در این قسمت هدف، محاسبه امتداد یا زاویه بحرانی است که اگر

سیستم یک درجه آزاد با تابع پاسخ فرکانسی (H_j) که تحت اثر شتاب زمین با تابع چگالی طیفی $S_p(\omega)$ قرار گرفته و جایگزینی آنان در رابطه (۳۵) و سپس در رابطه (۳۴)، R_{jo}^2 برابر است با:

$$R_{jo}^2 = \phi_{mj}^2 \left\{ \sum_{l=1}^3 \sum_{n=1}^3 \sum_{p=1}^3 \gamma_{jl} \gamma_{jn} d_{lp} d_{np} [A_{jo} \omega_o^4 I_{op}(\omega_o, \xi_o) + B_{jo} \omega_o^2 I_{lp}(\omega_o, \xi_o) + C_{jo} \omega_j^4 I_{op}(\omega_j, \xi_j) + D_{jo} \omega_j^2 I_{lp}(\omega_j, \xi_j)] \right\} \quad (38)$$

محاسبه R_{jko}

در رابطه (۳۳) برابر است با:

$$R_{jko} = \phi_{mj} \phi_{mk} \sum_{l=1}^3 \sum_{n=1}^3 \sum_{p=1}^3 \gamma_{jl} \gamma_{kn} d_{lp} d_{np} \int_{-\infty}^{\infty} (\omega_o^4 + 4\xi_o^2 \omega_o^2 \omega) \left\{ (\omega_j^2 \omega_k^2 + 4\xi_j \xi_k \omega_j \omega_k \omega^2) [(\omega_j^2 - \omega^2)(\omega_k^2 - \omega^2) + 4\xi_j \xi_k \omega_j \omega_k \omega^2] + 4\omega_j \omega_k \omega^2 (\xi_j \omega_k - \xi_k \omega_j) (\xi_k \omega_k \omega_j^2 - \xi_k \omega_k \omega^2 - \xi_j \omega_j \omega_k^2 + \xi_j \omega_j \omega^2) \right\} |H_j|^2 |H_k|^2 |H_o|^2 S_p(\omega) d\omega \quad (39)$$

انتگرال سمت راست رابطه (۳۹) برابر است با:

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \left[(A_{jko} \omega_o^4 + B_{jko} \omega_o^2 \omega^2) |H_o|^2 + (C_{jko} \omega_j^4 + D_{jko} \omega_j^2 \omega^2) |H_j|^2 + (E_{jko} \omega_k^4 + F_{jko} \omega_k^2 \omega^2) |H_k|^2 \right] d\omega \quad (40)$$

در رابطه (۴۰)، A_{jko} تا F_{jko} ضرایبی هستند که از حل دستگاه معادلات همزمانی به دست می آیند که در پیوست دو ارائه شده است. با استفاده از روابط (۳۶) و (۳۷) و جایگذاری رابطه (۴۰) در رابطه (۳۹)، R_{jko} به صورت رابطه (۴۱) در می آید:

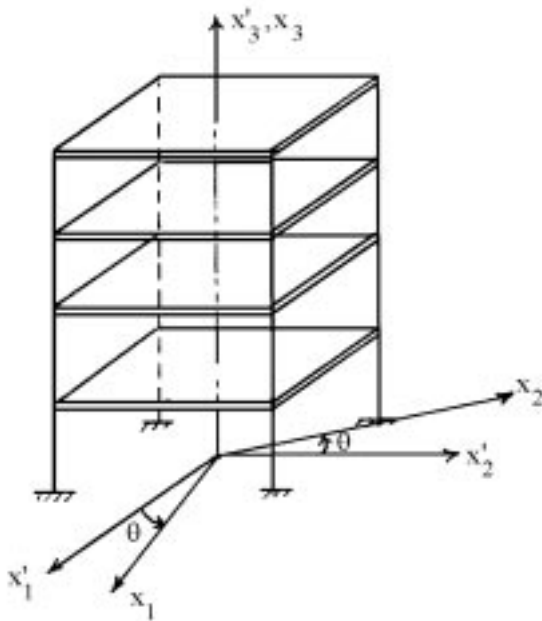
$$R_{jko} = \phi_{mj} \phi_{mk} \left\{ \sum_{l=1}^3 \sum_{n=1}^3 \sum_{p=1}^3 \gamma_{jl} \gamma_{kn} d_{lp} d_{np} [A_{jko} \omega_o^4 I_{op}(\omega_o, \xi_o) + B_{jko} \omega_o^2 I_{lp}(\omega_o, \xi_o) + C_{jko} \omega_j^4 I_{op}(\omega_j, \xi_j) + D_{jko} \omega_j^2 I_{lp}(\omega_j, \xi_j) + E_{jko} \omega_k^4 I_{op}(\omega_k, \xi_k) + F_{jko} \omega_k^2 I_{lp}(\omega_k, \xi_k)] \right\} \quad (41)$$

بدین ترتیب با جایگذاری روابط (۳۸) و (۴۱) در رابطه (۳۳)، میانگین مربعات سیستم ثانویه بر حسب تابع چگالی طیفی شتابهای سه مؤلفه ای زمین به دست می آید.

۳-۴- طیف پاسخ شتاب مطلق درجه آزادی m

طیف پاسخ یک فرایند پیشا با میانگین مربعات آن فرایند

$$R_s = \sum_{j=1}^N \phi_{mj}^2 \left\{ \gamma_{j1}^2 \left[(A_{jo} + B_{jo}) S_{a2}^2(\omega_o, \xi_o) + (C_{jo} + D_{jo}) S_{a2}^2(\omega_j, \xi_j) \right] + \gamma_{j2}^2 \left[(A_{jo} + B_{jo}) S_{a1}^2(\omega_o, \xi_o) + (C_{jo} + D_{jo}) S_{a1}^2(\omega_j, \xi_j) \right] \right\} + 2 \sum_{j=1}^{N-1} \sum_{k=j+1}^N \phi_{mj} \phi_{mk} \left\{ \gamma_{j1} \gamma_{k1} \left[(A_{jko} + B_{jko}) S_{a2}^2(\omega_o, \xi_o) + (C_{jko} + D_{jko}) S_{a2}^2(\omega_j, \xi_j) + (E_{jko} + F_{jko}) S_{a2}^2(\omega_k, \xi_k) \right] + \gamma_{j2} \gamma_{k2} \left[(A_{jko} + B_{jko}) S_{a1}^2(\omega_o, \xi_o) + (C_{jko} + D_{jko}) S_{a1}^2(\omega_j, \xi_j) + (E_{jko} + F_{jko}) S_{a1}^2(\omega_k, \xi_k) \right] \right\}$$



شکل (۱): قابهای سه بعدی با کف صلب

$$R_{cs} = \sum_{j=1}^N 2\phi_{mj}^2 \times \gamma_{j1} \gamma_{j2} \left\{ \left[(A_{jo} + B_{jo}) S_{a2}^2(\omega_o, \xi_o) + (C_{jo} + D_{jo}) S_{a2}^2(\omega_j, \xi_j) \right] - \left[(A_{jo} + B_{jo}) S_{a1}^2(\omega_o, \xi_o) + (C_{jo} + D_{jo}) S_{a1}^2(\omega_j, \xi_j) \right] \right\} + 2 \sum_{j=1}^{N-1} \sum_{k=j+1}^N \phi_{mj} \phi_{mk} \left\{ \gamma_{j1} \gamma_{k2} + \gamma_{j2} \gamma_{k1} \right\} \left\{ \left[(A_{jko} + B_{jko}) S_{a2}^2(\omega_o, \xi_o) + (C_{jko} + D_{jko}) S_{a2}^2(\omega_j, \xi_j) + (E_{jko} + F_{jko}) S_{a2}^2(\omega_k, \xi_k) \right] - \left[(A_{jko} + B_{jko}) S_{a1}^2(\omega_o, \xi_o) + (C_{jko} + D_{jko}) S_{a1}^2(\omega_j, \xi_j) + (E_{jko} + F_{jko}) S_{a1}^2(\omega_k, \xi_k) \right] \right\} \quad (51)$$

البته اگر درجات آزادی سازه فقط در جهت افقی و پیچشی در نظر گرفته شوند، مقدار R_o برابر صفر می شود؛ بنابراین، شتاب زلزله در امتداد قائم تأثیری در پاسخ سیستم ثانویه نخواهد گذاشت.

برای بهینه کردن R_m باید از رابطه (۴۷) نسبت به θ مشتق گرفت

مؤلفه های زلزله در آن امتداد به سازه اثر نماید، طیف پاسخ طبقه حداکثر شود. برای این منظور برای سهولت و بدون از دست دادن کاربرد و جامعیت، فرض می شود که زلزله دارای دو مؤلفه افقی و یک مؤلفه قائم است و سازه مورد نظر هم به صورت قابهای ساختمانی سه بعدی با کف صلب می باشند (شکل ۱). هرچند که حالت های کلی تری نیز قابل بررسی می باشند؛ لیکن چون این مورد کاربردی تر است، در این مقاله به همین مقدار بسنده می شود. با این فرض ماتریس کسینوسهای هادی ورت رابطه (۴۶) می باشد:

$$[D] = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (46)$$

در رابطه (۴۶)، θ زاویه بین امتدادهای اصلی زلزله و سازه می باشد.

با جایگزینی رابطه (۴۶) در رابطه (۴۵) و ساده کردن آن، طیف پاسخ طبقه به صورت رابطه (۴۷) به دست می آید:

$$R_m^2(\omega_o, \xi_o, \theta) = R_o + R_c \cos^2\theta + R_s \sin^2\theta + R_{cs} \sin\theta \cos\theta$$

در رابطه (۴۷)، R_o ، R_c ، R_s و R_{cs} عبارتند از:

$$R_o = \sum_{j=1}^N \phi_{mj}^2 \gamma_{j3}^2 \left\{ (A_{jo} + B_{jo}) S_{a3}^2(\omega_o, \xi_o) + (C_{jo} + D_{jo}) S_{a3}^2(\omega_j, \xi_j) \right\} + 2 \sum_{j=1}^{N-1} \sum_{k=j+1}^N \phi_{mj} \phi_{mk} \gamma_{j3} \gamma_{k3} \left\{ (A_{jko} + B_{jko}) S_{a3}^2(\omega_o, \xi_o) + (C_{jko} + D_{jko}) S_{a3}^2(\omega_j, \xi_j) + (E_{jko} + F_{jko}) S_{a3}^2(\omega_k, \xi_k) \right\} \quad (48)$$

$$R_c = \sum_{j=1}^N \phi_{mj}^2 \left\{ \gamma_{j1}^2 \left[(A_{jo} + B_{jo}) S_{a1}^2(\omega_o, \xi_o) + (C_{jo} + D_{jo}) S_{a1}^2(\omega_j, \xi_j) \right] + \gamma_{j2}^2 \left[(A_{jo} + B_{jo}) S_{a2}^2(\omega_o, \xi_o) + (C_{jo} + D_{jo}) S_{a2}^2(\omega_j, \xi_j) \right] + 2 \sum_{j=1}^{N-1} \sum_{k=j+1}^N \phi_{mj} \phi_{mk} \left\{ \gamma_{j1} \gamma_{k1} \left[(A_{jko} + B_{jko}) S_{a1}^2(\omega_o, \xi_o) + (C_{jko} + D_{jko}) S_{a1}^2(\omega_j, \xi_j) + (E_{jko} + F_{jko}) S_{a1}^2(\omega_k, \xi_k) \right] + \gamma_{j2} \gamma_{k2} \left[(A_{jko} + B_{jko}) S_{a2}^2(\omega_o, \xi_o) + (C_{jko} + D_{jko}) S_{a2}^2(\omega_j, \xi_j) + (E_{jko} + F_{jko}) S_{a2}^2(\omega_k, \xi_k) \right] \right\} \right\} \quad (49)$$

و مساوی صفر قرار داد؛ بنابراین، زاویه بحرانی از رابطه (۵۲) به دست می آید:

$$\tan 2\theta_{cr} = \frac{R_{cs}}{R_c - R_s} \quad (52)$$

از این رابطه دو مقدار برای θ_{cr} به دست می آید که یکی از آنها مربوط به R_{m1} حداکثر و دیگری مربوط به R_{m2} حداقل می باشد. پس از مشخص شدن θ_{cr} ، مقدار آن در رابطه (۴۷) جایگزین شده و حداقل و حداکثر مقدار R_{m1} به دست می آید. نکته قابل ذکر این است که زاویه بحرانی به فرکانس و میرایی سیستم ثانویه بستگی دارد.

۴- محاسبات عددی و نتایج

برای نشان دادن رفتار سیستم های ثانویه و کارایی روش ارائه شده،

جدول (۱): اطلاعات نداشتهای مورد استفاده

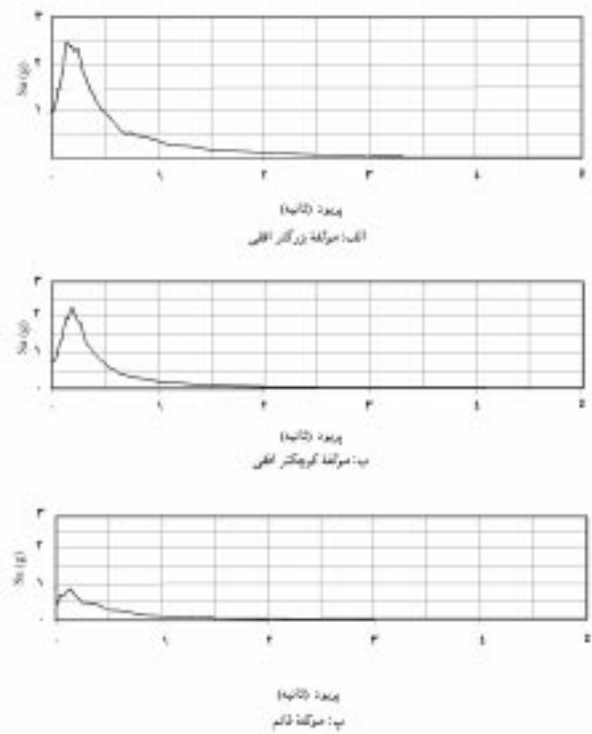
نسبت بیشینه شتاب زمین		بیشینه شتاب زمین (سانتیمتر بر مجذور ثانیه)			دوره (ثانیه)	تاریخ	ایستگاه	رومکز زمین لرزه
مولفه قائم	مولفه کوچک	مولفه قائم	مولفه افقی کوچک	مولفه افقی بزرگ				
۰/۳۲۳	۰/۶۷۱	۴۱/۴۹	۸۶/۲۴	۱۲۸/۴۳	۴۵/۳۵	۱۹۷۵/۳/۷	بندرعباس	سرخون
۰/۴۳۱	۰/۹۱۵	۱۰/۴۵	۲۲/۱۸	۲۴/۲۵	۲۸/۴۸	۱۹۷۵/۳/۷	میناب	سرخون
۰/۸۹۷	۰/۹۱۰	۱۴/۳۱	۱۴/۵۲	۱۵/۹۵	۳۸/۹۴	۱۹۷۵/۳/۷	قشم	سرخون
۰/۵۲۵	۰/۷۵۰	۴۶/۸۰	۶۶/۸۰	۸۹/۰۹	۲۸/۰۹	۱۹۷۶/۱۱/۲۴	ماکو	چالدران
۰/۲۹۷	۰/۵۳۲	۲۲/۱۴	۳۹/۶۹	۷۶/۶۳	۱۵/۶۲	۱۹۷۶/۱۱/۲۴	وندیک	چالدران
۰/۰۲۶	۰/۹۷۴	۱۳/۳۰	۴۹۷/۲۱	۵۱۰/۶۴	۹/۷۸	۱۹۷۶/۱۱/۷	وندیک	وندیک
۰/۴۸۴	۰/۹۸۶	۸۸/۱۳	۱۷۹/۴۲	۱۸۲/۰۳	۸/۷۰	۱۹۷۶/۱۱/۷	وندیک	وندیک
۰/۴۰۴	۰/۵۸۴	۱۵۷/۲۶	۲۲۷/۲۳	۳۸۹/۰۲	۵۸/۴۰	۱۹۷۸/۹/۱۶	دیهوک	طیس
۰/۷۱۸	۰/۸۸۱	۷۲۵/۱۱	۸۹۰/۲۳	۱۰۱۰/۵۹	۴۹/۰۰	۱۹۷۸/۹/۱۶	طیس	طیس
۰/۲۲۹	۰/۷۴۶	۱۷/۹۳	۵۸/۳۹	۷۸/۲۶	۳۹/۶۲	۱۹۷۸/۹/۱۶	بجستان	طیس
۰/۶۰۳	۰/۸۸۳	۱۹/۱۹	۲۸/۱۱	۳۱/۸۲	۴۱/۴۱	۱۹۷۹/۱۱/۲۷	بیرجند	کولی بنیاباد
۰/۴۳۸	۰/۸۷۱	۳۷/۲۱	۷۴/۰۴	۸۵/۰۵	۴۹/۵۰	۱۹۷۹/۱۱/۲۷	سده	کولی بنیاباد
۰/۶۰۲	۰/۶۸۳	۱۱۸/۶۸	۱۳۴/۸۰	۱۹۷/۲۲	۳۰/۲۱	۱۹۷۹/۱۱/۲۷	قائن	کولی بنیاباد
۰/۸۲۱	۰/۶۷۷	۳۰/۴۸	۲۵/۱۱	۳۷/۱۰	۵۸/۰۵	۱۹۷۹/۱۱/۲۷	خواف	کولی بنیاباد
۱/۴۴۲	۰/۸۴۷	۳۵/۱۸	۲۰/۶۷	۲۴/۴۰	۶۰/۴۳	۱۹۹۰/۶/۲۰	قزوین	منجیل
۰/۲۸۸	۰/۷۲۹	۲۹/۷۹	۷۵/۳۸	۱۰۳/۴۱	۳۵/۹۸	۱۹۹۰/۶/۲۰	تنکابن	منجیل

منجیل	منجیل	۱۹۹۰/۶/۲۰	۱۱/۰۲	۴۸۸/۸۰	۴۰۳/۰۳	۱۷۸/۲۴	۰/۸۲۵	۰/۳۶۵
منجیل	منجیل	۱۹۹۰/۷/۶	۹/۵۸	۱۹۲/۳۸	۱۶۳/۸۷	۷۸/۲۲	۰/۸۵۲	۰/۴۰۷
شبانکاره	شبانکاره	۱۹۹۶/۱/۲۴	۲۸/۱۶	۱۱۷/۸۰	۶۴/۰۱	۳۶/۵۰	۰/۵۴۳	۰/۳۱۰
شبانکاره	شبانکاره	۱۹۹۶/۱/۲۴	۲۳/۰۴	۲۱/۲۳	۱۵/۵۱	۱۰/۷۵	۰/۸۷۲	۰/۵۰۶

انواع سازه‌ها می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد؛ ولی، در مثالهای حل شده فقط ساختمانهای پیچشی با درجات آزادی افقی و پیچشی در نظر گرفته شده است؛ لذا، برای این گونه ساختمانها، طیف مؤلفه قائم عملاً کاربردی ندارد. به عنوان مثال، قابهای سه، پنج، هفت و ده طبقه در نظر گرفته شده است. این قابها برای خروج از محوریهای ۰/۱۵، ۰/۱۰، ۰/۲۰ تحلیل شده است. خروج از محوری در هر دو جهت مساوی در نظر گرفته شده است. برای به وجود آوردن خروج از محوری، سختی ستونها ثابت فرض شده و مرکز جرم طبقات تغییر داده شده اند. فرکانس های قاب سه طبقه در جدول (۲)، قاب پنج طبقه در جدول (۳)، قاب هفت طبقه در جدول (۴) و قاب ده - طبقه در جدول (۵) آورده شده اند. لازم به ذکر است که چون کف طبقات به صورت مربع در نظر گرفته شده، سختی ستونهای قاب مساوی می‌باشد و خروج از محوری جرم طبقات در هر دو جهت مساوی است؛ در نتیجه، سازه نسبت به یک قطر کف طبقات تقارن دارد و چون یکی از مدهای ارتعاشی قاب در جهت قطر آن است، بنابراین افزایش خروج از محوری فرکانس آن مد را تغییر نمی‌دهد.

نسبت میراییهای سازه و سیستم ثانویه برابر پنج درصد در نظر گرفته شده است. این قابها در دو حالت تحلیل شده اند. در حالت اول هر دو طیف افقی (شکلهای ۲، الف و ب) به قاب وارد شده و زاویه ای که تحت آن طیف پاسخ طبقه حداکثر می‌شود (زاویه بحرانی) به دست آمده و تحت اثر این زاویه طیف پاسخ طبقه محاسبه شده است. در حالت دوم طیف بزرگتر (شکل ۲، الف) در جهت $\theta = 0$ و طیف کوچکتر (شکل ۲، ب) در جهت $\theta = 90^\circ$ به قاب وارد شده و طیف

از آنها به مقیاس در آمده، طیف پاسخ آنها با روش جنینگر محاسبه - گردیده و میانگین آنها به دست آمده که طیف حاصل در شکل (۲، الف) نشان داده شده است. برای محاسبه طیف پاسخ مؤلفه های کوچکتر، ابتدا شتابهای این مؤلفه ها در ضریب نسبت حداکثر شتاب مؤلفه کوچکتر به حداکثر شتاب مؤلفه بزرگتر ضرب شده، سپس طیف پاسخ محاسبه و میانگین آنها به دست آمده که نتیجه در شکل (۲، ب) نشان - داده شده است. برای مؤلفه قائم نیز مثل مؤلفه کوچکتر افقی عمل گردیده و طیف به دست آمده در شکل (۲، پ) نشان داده شده است.



شکل (۲): میانگین طیف زلزله های مورد استفاده

لازم به ذکر است که فرمولاسیون به دست آمده کلی است و برای

جدول (۲): فرکانس های قاب سه طبقه (رادیان بر ثانیه)

مد	e=0	e=0.05	e=0.10	e=0.15	e=0.20
۱	۲۰/۳۱	۲۰/۱۶	۱۹/۷۵	۱۹/۱۳	۱۸/۳۹
۲	۲۰/۳۱	۲۰/۳۱	۲۰/۳۱	۲۰/۳۱	۲۰/۳۱
۳	۳۵/۱۸	۳۵/۴۴	۳۶/۲۰	۳۷/۳۶	۳۸/۸۶

۵۱/۵۳	۵۳/۶۰	۵۵/۳۲	۵۶/۵۰	۵۶/۹۲	۴
۵۶/۹۲	۵۶/۹۲	۵۶/۹۲	۵۶/۹۲	۵۶/۹۲	۵
۷۴/۴۶	۷۷/۴۵	۷۹/۹۵	۸۱/۶۴	۸۲/۲۵	۶
۸۲/۲۵	۸۲/۲۵	۸۲/۲۵	۸۲/۲۵	۸۲/۲۵	۷
۱۰۸/۸۹	۱۰۴/۶۹	۱۰۱/۴۲	۹۹/۳۱	۹۸/۵۸	۸
۱۵۷/۳۶	۱۵۱/۲۸	۱۴۶/۵۶	۱۴۳/۵۱	۱۴۲/۴۶	۹

جدول (۳): فرکانس های قاب پنج طبقه (رادیان بر ثانیه)

e=0.20	e=0.15	e=0.10	e=0.05	e=0	مد
۱۱/۷۶	۱۲/۲۳	۱۲/۶۳	۱۲/۹۰	۱۲/۹۹	۱
۱۲/۹۹	۱۲/۹۹	۱۲/۹۹	۱۲/۹۹	۱۲/۹۹	۲
۲۴/۸۶	۲۳/۹۰	۲۳/۱۵	۲۲/۶۷	۲۲/۵۰	۳
۳۴/۳۳	۳۵/۷۱	۳۶/۸۶	۳۷/۶۴	۳۷/۹۲	۴
۳۷/۹۲	۳۷/۹۲	۳۷/۹۲	۳۷/۹۲	۳۷/۹۲	۵
۵۴/۱۲	۵۶/۲۹	۵۸/۱۱	۵۹/۳۴	۵۹/۷۸	۶
۵۹/۷۸	۵۹/۷۸	۵۹/۷۸	۵۹/۷۸	۵۹/۷۸	۷
۶۹/۵۲	۶۹/۷۵	۶۷/۵۷	۶۶/۱۷	۶۵/۶۸	۸
۷۲/۵۵	۷۲/۳۱	۷۴/۶۵	۷۶/۲۳	۷۶/۸۰	۹
۷۶/۸۰	۷۶/۸۰	۷۶/۸۰	۷۶/۸۰	۷۶/۸۰	۱۰
۷۹/۳۰	۸۲/۴۸	۸۵/۱۴	۸۶/۹۴	۸۷/۵۹	۱۱
۸۷/۵۹	۸۷/۵۹	۸۷/۵۹	۸۷/۵۹	۸۷/۵۹	۱۲
۱۱۴/۳۷	۱۰۹/۹۶	۱۰۶/۵۲	۱۰۴/۳۱	۱۰۳/۵۴	۱۳
۱۴۶/۹۳	۱۴۱/۲۶	۱۳۶/۸۴	۱۳۴/۰۰	۱۳۳/۰۱	۱۴
۱۶۷/۵۸	۱۶۱/۱۱	۱۵۶/۰۸	۱۵۲/۸۴	۱۵۱/۷۱	۱۵

جدول (۴): فرکانس های قاب هفت طبقه (رادیان بر ثانیه)

e=0.20	e=0.15	e=0.10	e=0.05	e=0	مد
۸/۰۸	۸/۴۱	۸/۶۸	۸/۸۶	۸/۹۳	۱
۸/۹۳	۸/۹۳	۸/۹۳	۸/۹۳	۸/۹۳	۲
۱۷/۰۸	۱۶/۴۲	۱۵/۹۰	۱۵/۵۷	۱۵/۴۶	۳
۲۳/۸۹	۲۴/۸۵	۲۵/۶۵	۲۶/۱۹	۲۶/۳۹	۴
۲۶/۳۹	۲۶/۳۹	۲۶/۳۹	۲۶/۳۹	۲۶/۳۹	۵
۳۸/۶۵	۴۰/۲۰	۴۱/۵۰	۴۲/۳۸	۴۲/۷۰	۶
۴۲/۷۰	۴۲/۷۰	۴۲/۷۰	۴۲/۷۰	۴۲/۷۰	۷
۵۰/۴۸	۴۸/۵۴	۴۷/۰۲	۴۶/۰۴	۴۵/۷۰	۸
۵۱/۷۳	۵۳/۸۰	۵۵/۵۴	۵۶/۷۲	۵۷/۱۴	۹
۵۷/۱۴	۵۷/۱۴	۵۷/۱۴	۵۷/۱۴	۵۷/۱۴	۱۰
۶۲/۵۴	۶۵/۰۵	۶۷/۱۵	۶۸/۵۷	۶۹/۰۸	۱۱
۶۹/۰۸	۶۹/۰۸	۶۹/۰۸	۶۹/۰۸	۶۹/۰۸	۱۲
۷۰/۶۲	۷۳/۴۶	۷۵/۸۳	۷۴/۵۰	۷۳/۹۵	۱۳
۷۵/۶۲	۷۵/۹۳	۷۶/۰۸	۷۷/۴۳	۷۸/۰۱	۱۴

۷۸/۰۱	۷۸/۰۱	۷۸/۰۱	۷۸/۰۱	۷۸/۰۱	۱۵
۸۱/۶۹	۷۸/۶۵	۸۱/۱۹	۸۲/۹۱	۸۳/۵۳	۱۶
۸۳/۵۳	۸۳/۵۳	۸۳/۵۳	۸۳/۵۳	۸۳/۵۳	۱۷
۱۰۹/۳۲	۱۰۵/۱۰	۱۰۱/۸۱	۹۹/۷۰	۹۸/۹۷	۱۸
۱۳۲/۱۷	۱۲۷/۰۷	۱۲۳/۱۰	۱۲۰/۵۴	۱۱۹/۶۶	۱۹
۱۴۹/۲۵	۱۴۳/۴۹	۱۳۹/۰۰	۱۳۶/۱۲	۱۳۵/۱۲	۲۰
۱۵۹/۸۰	۱۵۳/۶۳	۱۴۸/۸۳	۱۴۵/۷۴	۱۴۴/۶۷	۲۱

جدول (۵): فرکانس های قاب ده طبقه (رادیان بر ثانیه)

e=0.20	e=0.15	e=0.10	e=0.05	e=0	مد
۵/۷۸	۶/۰۱	۶/۲۰	۶/۳۳	۶/۳۸	۱
۶/۳۸	۶/۳۸	۶/۳۸	۶/۳۸	۶/۳۸	۲
۱۲/۲۱	۱۱/۷۴	۱۱/۳۷	۱۱/۱۳	۱۱/۰۵	۳
۱۷/۲۰	۱۷/۸۹	۱۸/۴۷	۱۸/۸۶	۱۹/۰۰	۴
۱۹/۰۰	۱۹/۰۰	۱۹/۰۰	۱۹/۰۰	۱۹/۰۰	۵
۲۸/۲۴	۲۹/۳۸	۳۰/۳۲	۳۰/۹۷	۳۱/۲۰	۶
۳۱/۲۰	۳۱/۲۰	۳۱/۲۰	۳۱/۲۰	۳۱/۲۰	۷
۳۶/۳۵	۳۴/۹۵	۳۳/۸۶	۳۳/۱۶	۳۲/۹۱	۸
۳۸/۶۵	۴۰/۲۰	۴۱/۵۰	۴۲/۳۸	۴۲/۷۰	۹
۴۲/۷۰	۴۲/۷۰	۴۲/۷۰	۴۲/۷۰	۴۲/۷۰	۱۰
۴۸/۲۰	۵۰/۱۳	۵۱/۷۵	۵۲/۸۵	۵۳/۲۴	۱۱
۵۳/۲۴	۵۳/۲۴	۵۳/۲۴	۵۳/۲۴	۵۳/۲۴	۱۲
۵۶/۶۷	۵۷/۳۸	۵۵/۵۹	۵۴/۴۴	۵۴/۰۳	۱۳
۵۹/۶۹	۵۸/۹۴	۶۰/۸۵	۶۲/۱۴	۶۲/۶۰	۱۴
۶۲/۶۰	۶۲/۶۰	۶۲/۶۰	۶۲/۶۰	۶۲/۶۰	۱۵
۶۳/۸۷	۶۶/۴۴	۶۸/۵۸	۷۰/۰۳	۷۰/۵۵	۱۶
۶۹/۶۵	۷۰/۵۵	۷۰/۷۵	۷۰/۵۵	۷۰/۵۵	۱۷
۷۰/۵۵	۷۲/۴۵	۷۴/۷۸	۷۴/۵۰	۷۳/۹۵	۱۸
۷۳/۸۷	۷۶/۸۴	۷۶/۰۸	۷۶/۳۷	۷۶/۹۳	۱۹
۷۶/۴۴	۷۶/۹۳	۷۶/۹۳	۷۶/۹۳	۷۶/۹۳	۲۰
۷۶/۹۳	۷۸/۵۳	۷۹/۳۱	۸۱/۰۰	۸۱/۶۰	۲۱
۸۱/۶۰	۷۹/۵۱	۸۱/۶۰	۸۱/۶۰	۸۱/۶۰	۲۲
۸۱/۶۹	۸۱/۶۰	۸۲/۰۸	۸۳/۸۲	۸۴/۴۴	۲۳
۸۴/۴۴	۸۴/۴۴	۸۴/۴۴	۸۴/۴۴	۸۴/۴۴	۲۴
۱۰۱/۸۶	۹۷/۹۳	۹۴/۸۷	۹۲/۹۰	۹۲/۲۲	۲۵
۱۱۹/۷۶	۱۱۵/۱۴	۱۱۱/۵۴	۱۰۹/۲۲	۱۰۸/۴۲	۲۶
۱۳۴/۹۸	۱۲۹/۷۷	۱۲۵/۷۲	۱۲۳/۱۱	۱۲۲/۲۰	۲۷
۱۴۷/۱۹	۱۴۱/۵۱	۱۳۷/۰۹	۱۳۴/۲۴	۱۳۳/۲۶	۲۸

۱۵۶/۱۱	۱۵۰/۰۹	۱۴۵/۴۰	۱۴۲/۳۸	۱۴۱/۳۳	۲۹
۱۶۱/۵۵	۱۵۵/۳۱	۱۵۰/۴۶	۱۴۷/۳۴	۱۴۶/۲۵	۳۰

طیف طبقه در اینجا طیف جانبی طبقه است و نه طیف پیشی طبقه).

۳- در قاب سه طبقه، بزرگترین میزان بزرگنمایی در هر سه طبقه

در مد جانبی اول اتفاق می افتد. در قاب پنج طبقه بزرگترین میزان بزرگنمایی در طبقات اول و دوم در مد جانبی دوم و در طبقات سوم تا پنجم در مد جانبی اول اتفاق می افتد. در قاب هفت طبقه بزرگترین میزان بزرگنمایی در طبقات اول، دوم، سوم و هفتم در مد جانبی دوم و در طبقات چهارم تا ششم در مد جانبی اول اتفاق می افتد. در قاب ده طبقه بزرگترین میزان بزرگنمایی در طبقات اول و هفتم در مد جانبی سوم، در طبقات دوم، سوم، چهارم، نهم و دهم در مد جانبی دوم و در طبقه هشتم در مد جانبی اول اتفاق می افتد؛ بنابراین، می توان نتیجه گرفت که در طبقات بالاتر مدهای جانبی پایین تر اهمیت دارند؛ ولی در طبقات پایین تر مدهای جانبی بالاتر نیز اهمیت می یابند.

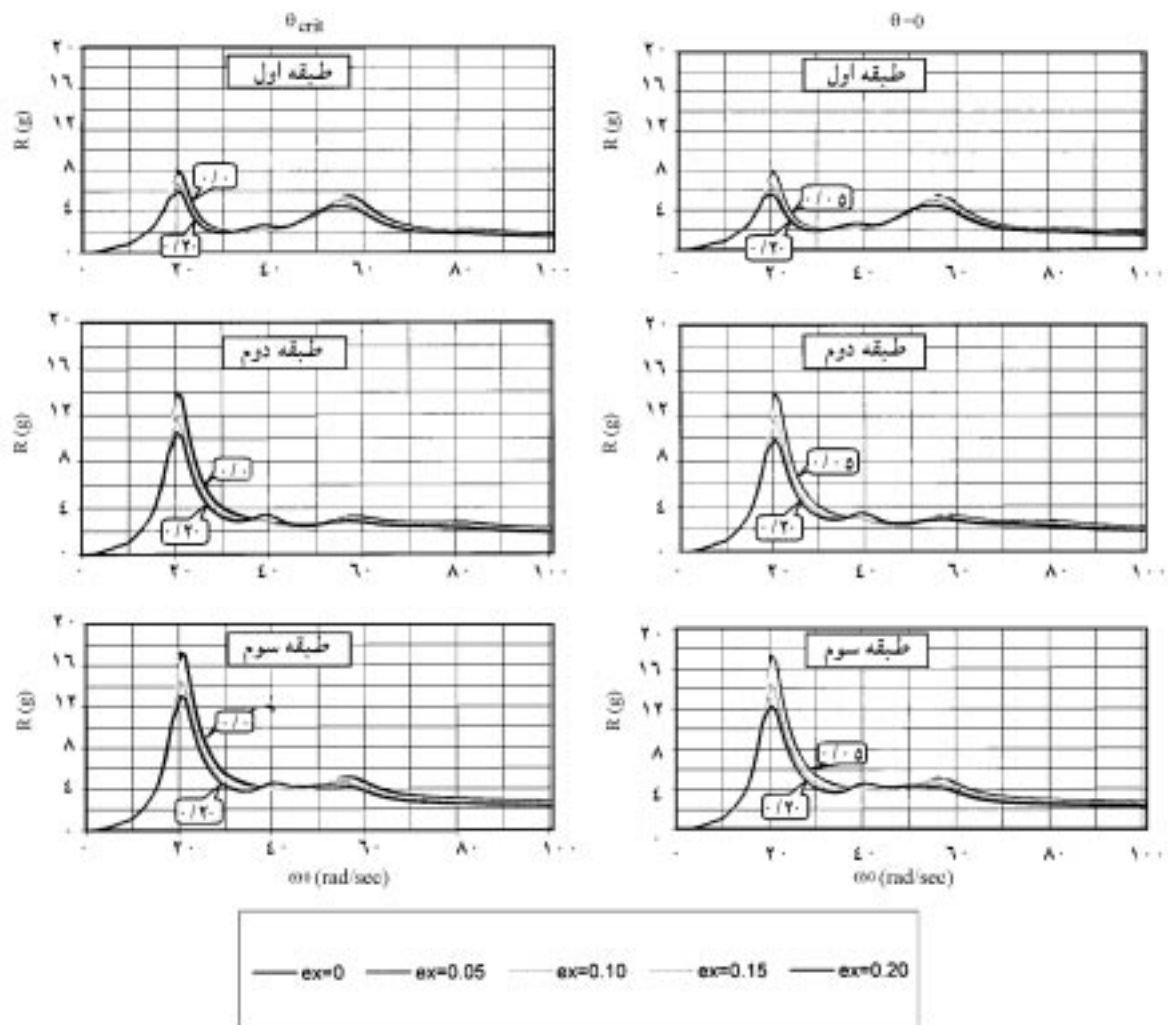
پاسخ طبقه به دست آمده است. نتایج به دست آمده برای قاب سه طبقه در شکل (۳)، قاب پنج طبقه در شکل (۴)، قاب هفت طبقه در شکل (۵) و قاب ده طبقه در شکل (۶) نشان داده شده است. همچنین برای

مقایسه بهتر، مقادیر حداکثر طیف طبقات که در حالت هم فرکانسی اتفاق می افتد، در این دو حالت به دست آمده و به ترتیب برای قاب سه طبقه در جدول (۶)، قاب پنج طبقه در جدول (۷)، قاب هفت طبقه

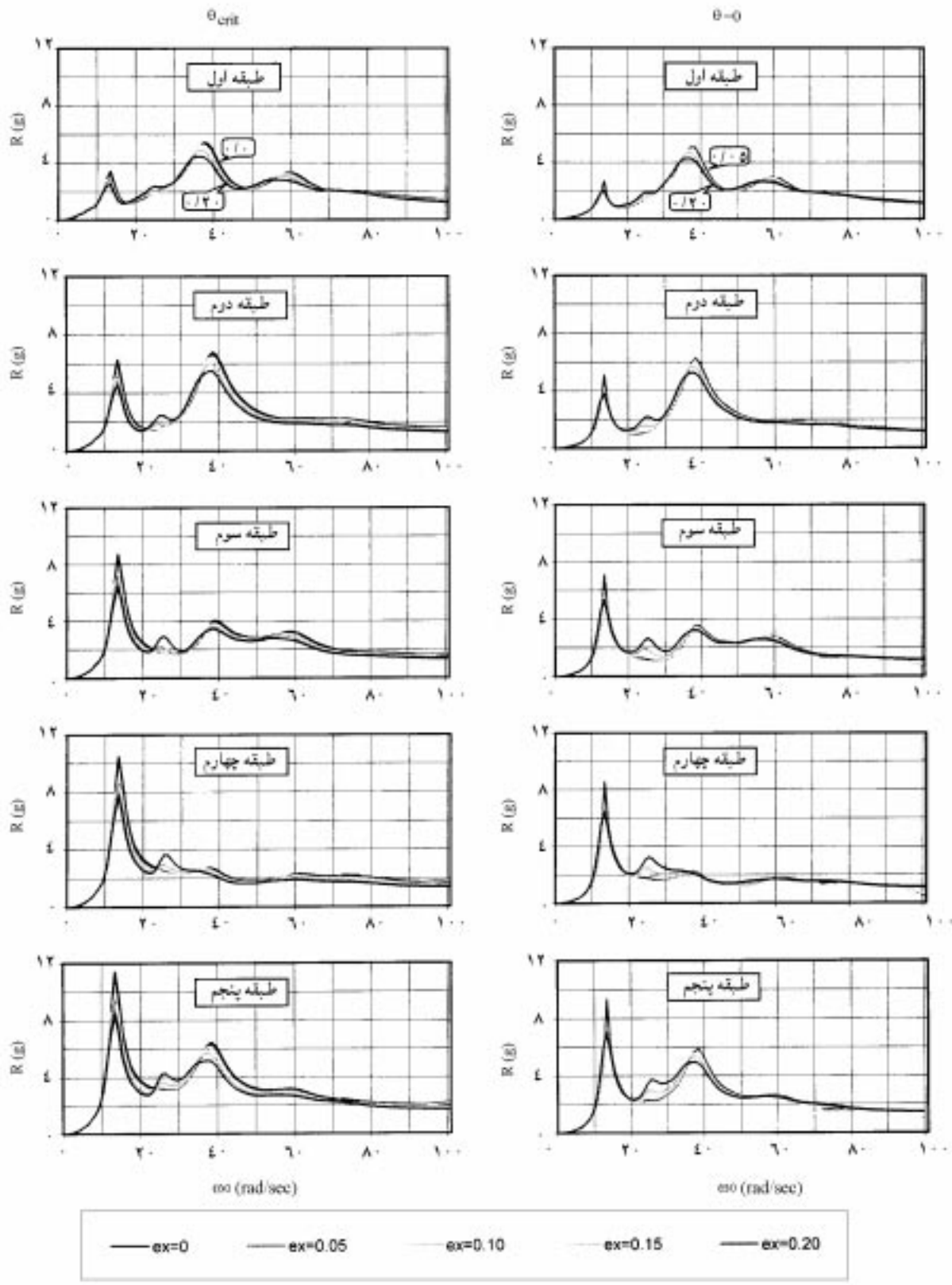
در جدول (۸) و قاب ۱۰ طبقه در جدول (۹) آورده شده اند. نتایجی که از بررسی مثالها استنتاج می شود عبارتند از:

۱- با افزایش خروج از محوری برای مدهای هم فرکانس با مدهای جانبی مقدار طیف پاسخ طبقه کاهش می یابد؛ ولی، برای مدهای هم فرکانس با مدهای پیشی این مقدار افزایش می یابد.

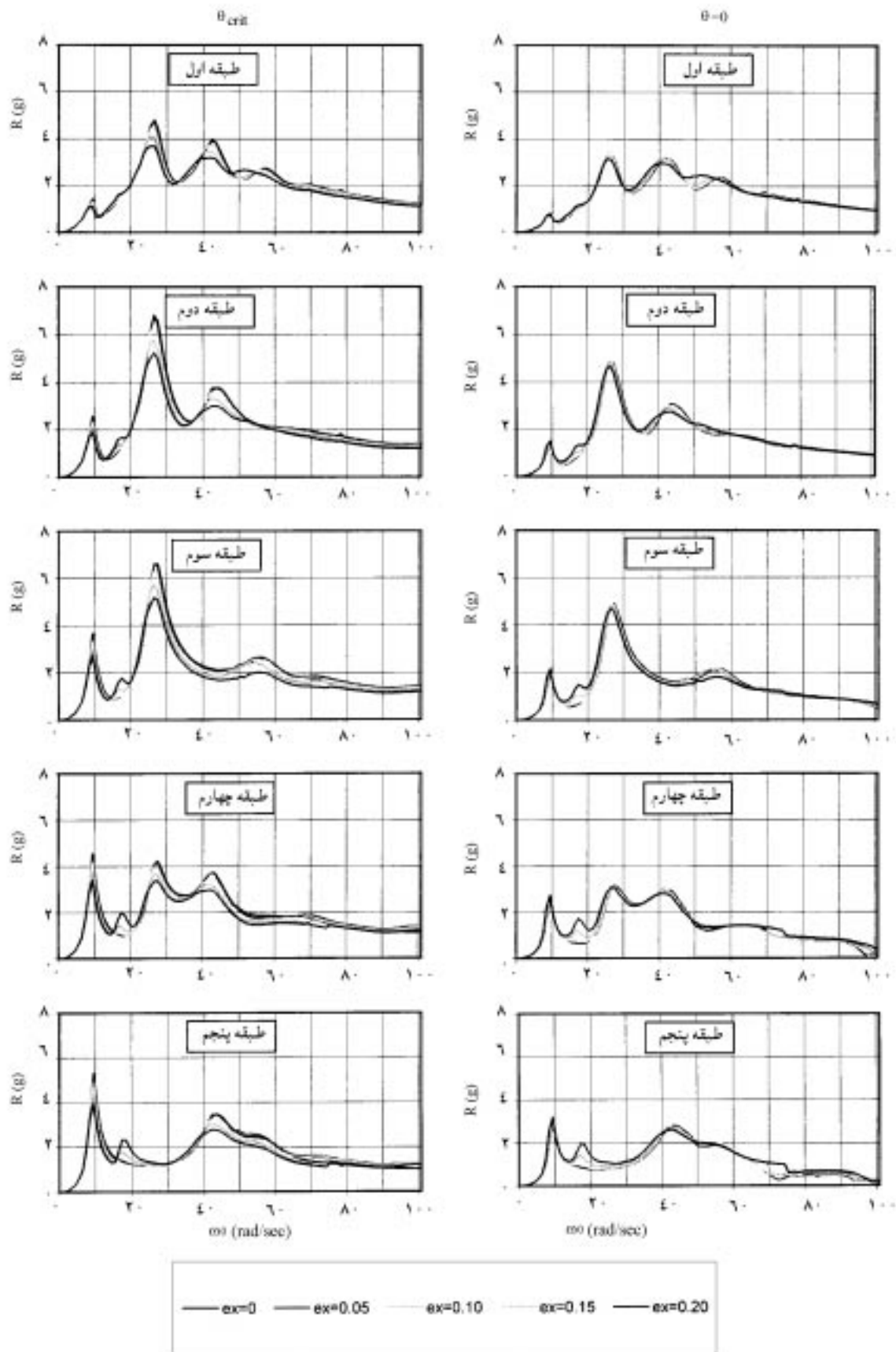
۲- میزان بزرگنمایی طیف طبقه در مدهای جانبی بسیار بزرگتر از مدهای پیشی است. به عبارت دیگر، مدهای جانبی تأثیر بسیار بیشتری بر روی بزرگنمایی طیف طبقه دارند (منظور از



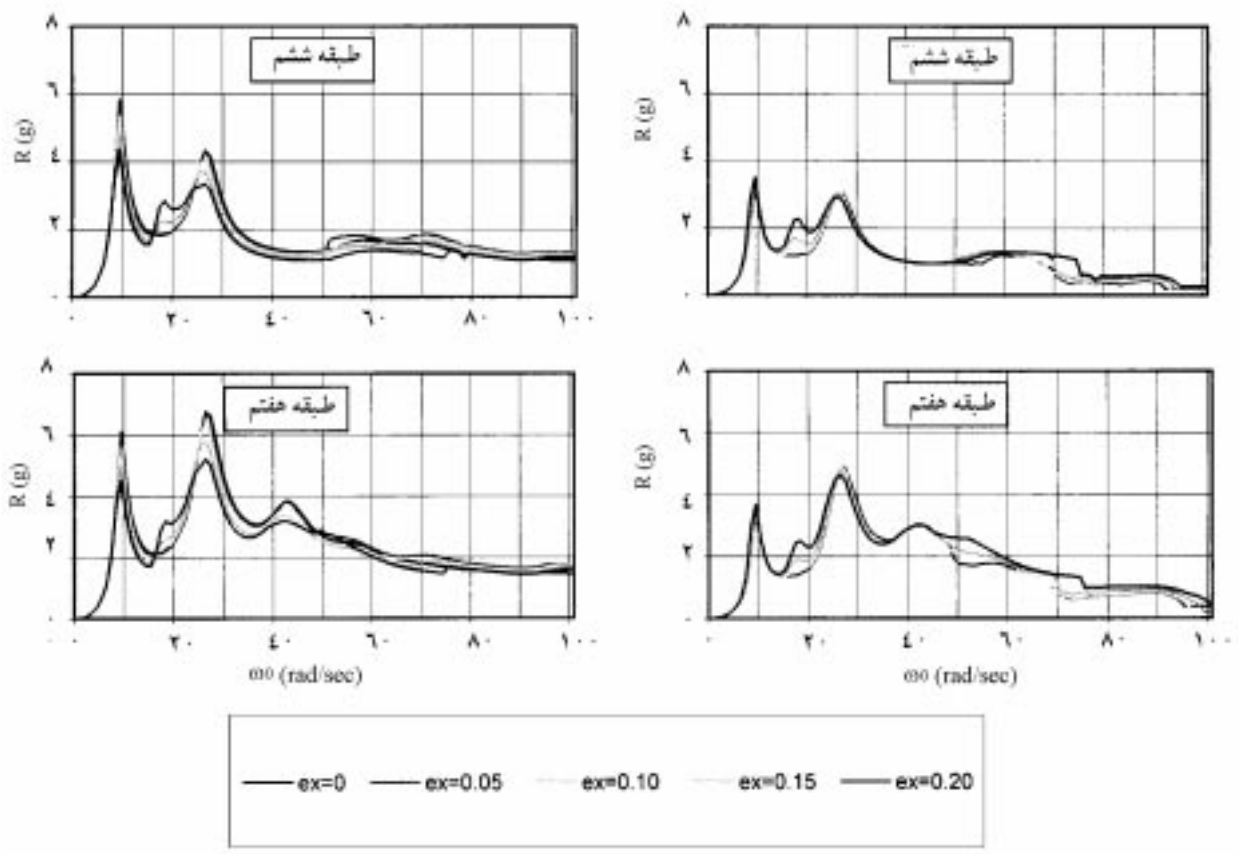
شکل (۳): طیف طبقات قاب سه طبقه



شکل (۴): طیف طبقات قاب پنج طبقه



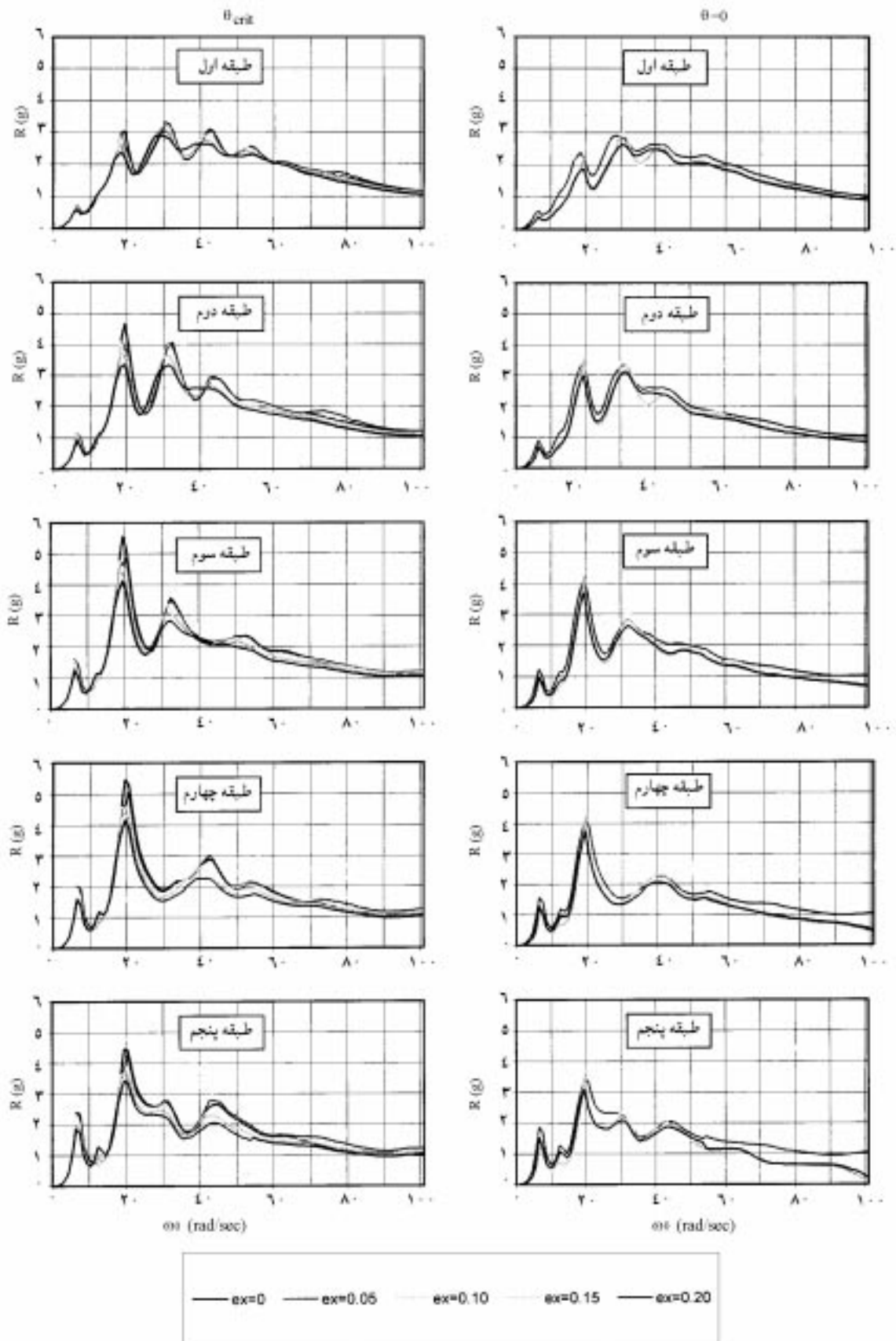
شکل (۵): طیف طبقات قاب هفت طبقه



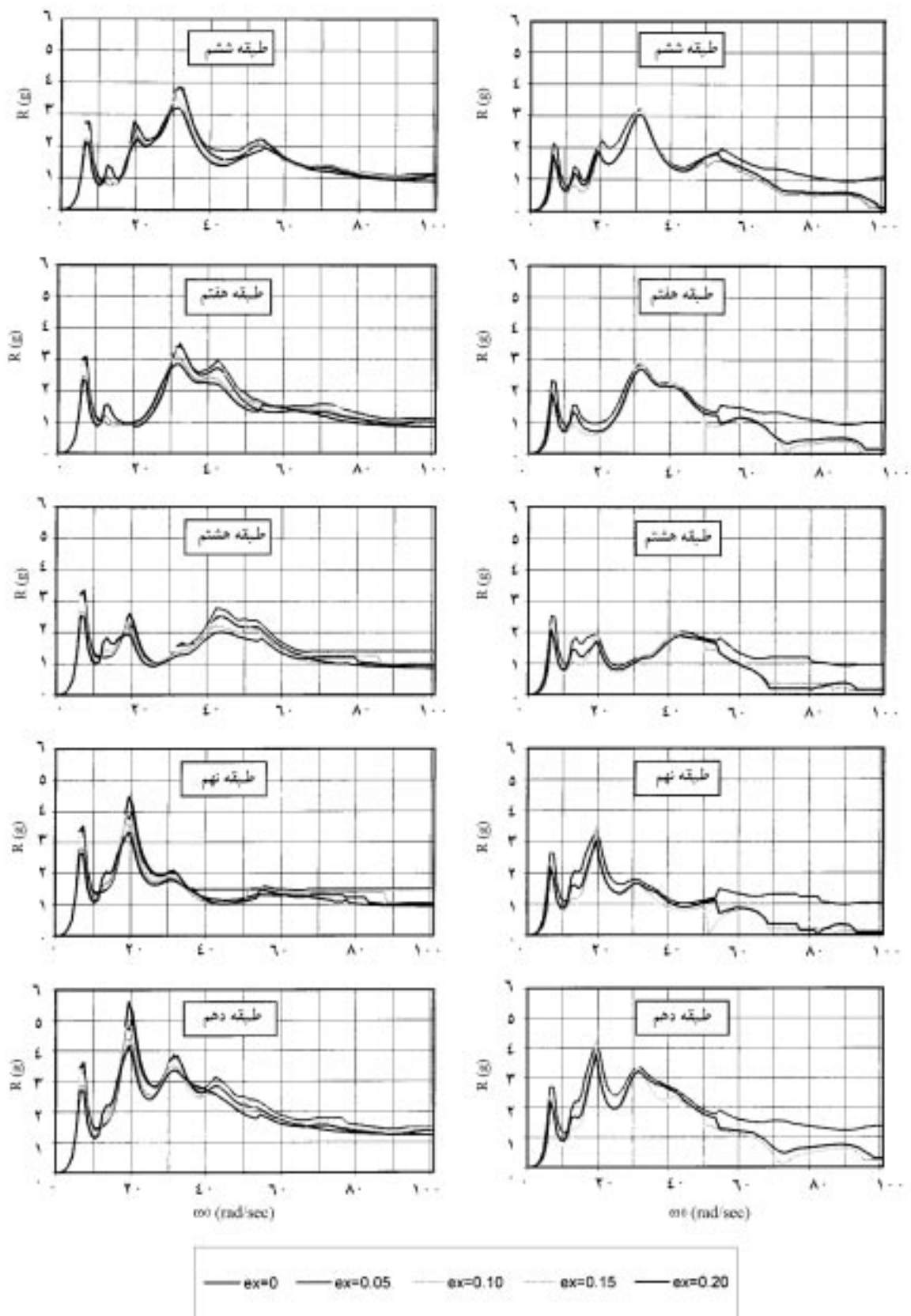
ادامه شکل (۵)

جدول (۶): مقادیر حداکثر طیف طبقات قاب سه طبقه

e=0.20		e=0.15		e=0.10		e=0.05		e=0		
θcrit	θ=0	θcrit	θ=0	θcrit	θ=0	θcrit	θ=0	θcrit		
۶/۰۶	۵/۵۶	۶/۶۳	۶/۵۲	۷/۵۰	۷/۴۹	۷/۹۸	۷/۹۸	۸/۰۰	اولین مد جانبی	طبقه اول
۲/۶۷	۲/۶۷	۲/۲۸	۲/۲۷	۲/۰۸	۲/۰۸	۲/۰۱	۲/۰۱	۲/۰۱	اولین مد پیچشی	
۴/۴۹	۴/۴۸	۴/۹۸	۴/۹۸	۵/۲۸	۵/۲۸	۵/۵۱	۵/۵۱	۵/۴۷	دومین مد جانبی	
۱۰/۵۶	۹/۸۵	۱۱/۷۲	۱۱/۵۸	۱۳/۲۳	۱۳/۲۲	۱۳/۹۸	۱۳/۹۸	۱۳/۹۷	اولین مد جانبی	طبقه دوم
۳/۴۱	۳/۴۱	۳/۰۲	۳/۰۱	۲/۹۴	۲/۹۳	۳/۰۹	۳/۰۹	۳/۱۵	اولین مد پیچشی	
۲/۸۶	۲/۸۳	۲/۹۶	۲/۹۵	۳/۱۵	۳/۱۵	۳/۲۴	۳/۲۶	۳/۲۶	دومین مد جانبی	
۱۳/۱۳	۱۲/۲۸	۱۴/۵۹	۱۴/۴۳	۱۶/۴۴	۱۶/۴۳	۱۷/۳۵	۱۷/۳۴	۱۷/۳۲	اولین مد جانبی	طبقه سوم
۴/۵۸	۴/۵۸	۴/۲۰	۴/۲۰	۴/۱۰	۴/۰۹	۴/۳۳	۴/۳۳	۴/۴۲	اولین مد پیچشی	
۴/۳۴	۴/۳۴	۴/۶۹	۴/۶۸	۴/۹۵	۴/۹۵	۵/۱۳	۵/۱۳	۵/۱۳	دومین مد جانبی	



شکل (۶): طیف طبقات قاب ده



ادامه شکل (۶)

۴- در طبقات پایین تعداد بیشتری مد هم فرکانس وجود دارد؛ ولی، در طبقات بالاتر تعداد مدهای هم فرکانس کم می شود.

۵- در مورد قاب ده طبقه که زمان تناوب مد اول آن حدود ۱/۰ ثانیه است، میزان بزرگنمایی مد اول کم است. این موضوع با توجه به اینکه میزان طیف پاسخ زمین در این زمان تناوب، کم می باشد قابل توجه است.

۶- در نظر گرفتن این مسأله که مؤلفه های زلزله می توانند در امتداد زاویه بحرانی و نه در امتدادهای اصلی سازه به قاب

وارد شوند میزان طیف طبقه را افزایش می دهد. این افزایش بویژه در قابهای بلند و خروج از محورهای بزرگ بسیار زیاد می شود. بعلاوه، این افزایش در حالت هم فرکانسی مقدار بیشتری می شود.

۷- هرچه تعداد طبقات یک قاب بیشتر شود، میزان بزرگنمایی طیف طبقه آن کمتر می شود. البته این نتیجه نیز با توجه به افزایش زمان تناوب و کاهش طیف پاسخ زمین کاملاً قابل توجه است.

جدول (۷): مقادیر حداکثر طیف طبقات قاب پنج طبقه

e=0.20		e=0.15		e=0.10		e=0.05		e=0			
θ_{crit}	$\theta = 0$	θ_{crit}	$\theta = 0$	θ_{crit}	$\theta = 0$	θ_{crit}	$\theta = 0$	θ_{crit}	$\theta = 0$	θ_{crit}	
۲/۵۲	۲/۰۱	۲/۶۹	۲/۲۰	۲/۹۴	۲/۲۴	۲/۸۸	۲/۷۰	۳/۴۱		اولین مد جانبی	طبقه اول
۲/۳۷	۱/۹۰	۲/۰۷	۱/۵۸	۱/۸۱	۱/۳۱	۱/۷۶	۱/۲۶	۱/۷۶		اولین مد پیچشی	
۴/۴۶	۴/۳۱	۴/۹۱	۴/۷۱	۵/۲۷	۴/۸۹	۵/۳۹	۵/۰۹	۵/۴۳		دومین مد جانبی	
۲/۸۳	۲/۶۵	۳/۰۶	۲/۸۳	۳/۲۱	۲/۹۹	۳/۳۲	۳/۰۳	۳/۳۰		سومین مد جانبی	
۴/۶۷	۳/۷۹	۴/۸۳	۴/۱۸	۵/۴۳	۴/۲۲	۵/۱۸	۵/۰۹	۶/۲۷		اولین مد جانبی	طبقه دوم
۲/۴۶	۲/۱۸	۱/۸۷	۱/۵۷	۱/۵۴	۱/۱۴	۱/۴۸	۱/۰۱	۱/۴۹		اولین مد پیچشی	
۵/۵۱	۵/۲۸	۵/۹۸	۵/۶۸	۶/۴۲	۶/۰۱	۶/۶۲	۶/۲۶	۶/۷۹		دومین مد جانبی	
۱/۹۹	۱/۸۶	۲/۰۱	۱/۸۳	۲/۱۲	۱/۸۹	۲/۲۱	۱/۹۵	۲/۲۳		سومین مد جانبی	
۶/۴۶	۵/۳۲	۶/۷۵	۵/۸۶	۷/۵۸	۵/۹۱	۷/۲۰	۷/۱۰	۸/۷۱		اولین مد جانبی	طبقه سوم
۲/۹۳	۲/۶۴	۲/۲۲	۱/۹۲	۱/۹۲	۱/۴۰	۱/۹۲	۱/۲۵	۱/۹۴		اولین مد پیچشی	
۳/۴۶	۳/۱۹	۳/۶۴	۳/۳۱	۳/۸۲	۳/۴۵	۳/۹۳	۳/۵۳	۴/۰۰		دومین مد جانبی	
۲/۷۹	۲/۵۶	۲/۹۳	۲/۶۵	۳/۰۹	۲/۷۷	۳/۱۸	۲/۸۱	۳/۲۱		سومین مد جانبی	
۷/۷۹	۶/۴۲	۸/۱۴	۷/۰۸	۹/۱۳	۷/۱۲	۸/۶۵	۸/۵۵	۱۰/۴۷		اولین مد جانبی	طبقه چهارم
۳/۶۵	۳/۲۵	۲/۹۸	۲/۵۱	۲/۷۱	۱/۹۴	۲/۷۱	۱/۸۱	۲/۷۴		اولین مد پیچشی	
۲/۵۲	۲/۲۹	۲/۵۴	۲/۲۳	۲/۶۲	۲/۲۳	۲/۶۷	۲/۲۵	۲/۷۰		دومین مد جانبی	
۱/۸۹	۱/۷۰	۲/۰۲	۱/۷۲	۲/۱۶	۱/۷۶	۲/۲۷	۱/۷۹	۲/۲۷		سومین مد جانبی	
۸/۴۹	۷/۰۰	۸/۸۶	۷/۷۱	۹/۹۵	۷/۷۶	۹/۴۲	۹/۳۱	۱۱/۴۰		اولین مد جانبی	طبقه پنجم
۴/۳۰	۳/۷۲	۳/۶۳	۲/۹۶	۳/۲۱	۲/۴۶	۳/۲۷	۲/۲۲	۳/۲۹		اولین مد پیچشی	
۵/۱۹	۴/۹۶	۵/۷۰	۵/۳۶	۶/۱۶	۵/۶۲	۶/۲۹	۵/۸۷	۶/۴۶		دومین مد جانبی	
۲/۷۳	۲/۵۵	۲/۸۷	۲/۵۷	۳/۰۰	۲/۶۲	۳/۱۳	۲/۶۶	۳/۱۷		سومین مد جانبی	

جدول (۸): مقادیر حداکثر طیف طبقات قاب هفت طبقه

e=0.20		e=0.15		e=0.10		e=0.05		e=0		
θ_{crit}	$\theta = 0$	θ_{crit}	$\theta = 0$	θ_{crit}	$\theta = 0$	θ_{crit}	$\theta = 0$	θ_{crit}		
۱/۰۸	۰/۸۰	۱/۱۷	۰/۷۷	۱/۳۱	۰/۷۸	۱/۴۳	۰/۷۵	۱/۴۴	اولین مد جانبی	طبقه اول
۱/۶۷	۱/۱۷	۱/۵۰	۱/۰۲	۱/۴۰	۰/۹۳	۱/۳۹	۰/۷۷	۱/۱۸	اولین مد پیچشی	
۳/۶۸	۳/۱۶	۴/۱۳	۳/۳۲	۴/۴۵	۳/۳۹	۴/۷۳	۳/۴۱	۴/۷۸	دومین مد جانبی	
۳/۱۹	۲/۹۶	۳/۴۸	۳/۱۷	۳/۷۲	۳/۲۸	۳/۹۶	۳/۲۶	۳/۹۰	سومین مد جانبی	
۲/۶۷	۲/۴۷	۲/۵۷	۲/۳۲	۲/۶۶	۲/۳۳	۲/۷۲	۲/۳۷	۲/۷۳	چهارمین مد جانبی	
۱/۹۰	۱/۵۰	۲/۰۸	۱/۴۵	۲/۳۴	۱/۴۵	۲/۵۷	۱/۳۷	۲/۵۷	اولین مد جانبی	طبقه دوم
۱/۶۷	۱/۲۲	۱/۳۵	۱/۰۱	۱/۱۵	۰/۸۰	۱/۱۱	۰/۶۲	۰/۹۴	اولین مد پیچشی	
۵/۲۵	۴/۶۷	۵/۷۸	۴/۸۶	۶/۴۱	۴/۹۷	۶/۷۷	۴/۹۴	۶/۸۱	دومین مد جانبی	
۳/۰۰	۲/۷۲	۳/۲۹	۲/۹۰	۳/۶۶	۳/۰۰	۳/۷۷	۲/۸۷	۳/۷۶	سومین مد جانبی	
۲/۳۸	۲/۱۷	۲/۱۷	۱/۹۰	۲/۱۲	۱/۷۹	۲/۱۶	۱/۷۵	۲/۱۴	چهارمین مد جانبی	
۲/۶۹	۲/۱۶	۲/۹۷	۲/۱۰	۳/۳۴	۲/۰۹	۳/۶۴	۱/۹۷	۳/۶۵	اولین مد جانبی	طبقه سوم
۱/۷۸	۱/۵۱	۱/۲۹	۱/۰۵	۱/۰۰	۰/۷۳	۰/۹۴	۰/۵۷	۰/۹۴	اولین مد پیچشی	
۵/۱۸	۴/۷۰	۵/۷۱	۴/۸۵	۶/۲۸	۴/۹۰	۶/۵۷	۴/۹۱	۶/۶۰	دومین مد جانبی	
۱/۷۱	۱/۴۷	۱/۸۴	۱/۵۳	۱/۹۸	۱/۵۷	۲/۰۸	۱/۶۳	۲/۱۲	سومین مد جانبی	
۲/۰۱	۱/۸۲	۲/۴۵	۲/۱۳	۲/۵۷	۲/۱۸	۲/۶۵	۲/۱۷	۲/۶۲	چهارمین مد جانبی	
۳/۳۹	۲/۷۴	۳/۷۴	۲/۶۶	۴/۲۰	۲/۶۴	۴/۵۸	۲/۴۹	۴/۵۸	اولین مد جانبی	طبقه چهارم
۲/۰۱	۱/۷۲	۱/۴۲	۱/۱۸	۱/۱۴	۰/۸۲	۱/۰۸	۰/۶۹	۱/۱۵	اولین مد پیچشی	
۳/۳۹	۳/۰۸	۳/۶۶	۳/۱۱	۳/۹۵	۳/۱۷	۴/۱۸	۳/۲۰	۴/۲۳	دومین مد جانبی	
۲/۹۷	۲/۸۲	۳/۲۳	۲/۹۷	۳/۴۹	۳/۰۴	۳/۷۷	۳/۰۶	۳/۷۴	سومین مد جانبی	
۱/۴۷	۱/۳۶	۱/۵۹	۱/۳۹	۱/۷۰	۱/۴۴	۱/۸۷	۱/۳۳	۱/۷۹	چهارمین مد جانبی	
۳/۹۴	۳/۲۰	۴/۳۶	۳/۱۱	۴/۸۹	۳/۰۹	۵/۳۲	۲/۹۱	۵/۳۲	اولین مد جانبی	طبقه پنجم
۲/۳۳	۱/۹۹	۱/۷۸	۱/۴۳	۱/۵۳	۱/۰۶	۱/۴۷	۰/۹۳	۱/۵۴	اولین مد پیچشی	
۱/۳۷	۱/۱۰	۱/۲۴	۰/۹۱	۱/۲۱	۰/۸۴	۱/۲۰	۰/۸۱	۱/۲۰	دومین مد جانبی	
۲/۷۹	۲/۶۱	۳/۰۳	۲/۷۴	۳/۳۵	۲/۸۱	۳/۴۸	۲/۸۲	۳/۴۷	سومین مد جانبی	
۲/۱۱	۱/۹۹	۲/۲۴	۱/۹۱	۲/۲۸	۱/۹۳	۲/۴۱	۱/۸۸	۲/۳۶	چهارمین مد جانبی	
۴/۳۳	۳/۵۲	۴/۷۹	۳/۴۲	۵/۳۶	۳/۴۰	۵/۸۴	۳/۲۰	۵/۸۳	اولین مد جانبی	طبقه ششم
۲/۸۴	۲/۲۷	۱/۹۷	۱/۷۲	۱/۹۳	۱/۳۲	۱/۸۹	۱/۲۰	۱/۹۱	اولین مد پیچشی	
۳/۳۵	۲/۹۳	۳/۷۰	۳/۰۵	۴/۰۸	۳/۱۳	۴/۳۱	۳/۱۲	۴/۳۳	دومین مد جانبی	
۱/۱۱	۰/۹۶	۱/۱۹	۰/۹۳	۱/۲۷	۰/۹۱	۱/۳۵	۰/۹۳	۱/۳۷	سومین مد جانبی	
۱/۳۸	۱/۲۸	۱/۵۰	۱/۳۱	۱/۶۲	۱/۳۴	۱/۸۳	۱/۲۰	۱/۶۹	چهارمین مد جانبی	
۴/۵۳	۳/۶۸	۵/۰۱	۳/۵۸	۵/۶۱	۳/۵۶	۶/۱۰	۳/۳۵	۶/۱۰	اولین مد جانبی	طبقه هفتم
۳/۱۸	۲/۵۱	۲/۱۸	۱/۹۱	۲/۱۸	۱/۵۰	۲/۱۵	۱/۳۷	۲/۱۴	اولین مد پیچشی	
۵/۲۳	۴/۶۴	۵/۷۸	۴/۸۴	۶/۳۹	۴/۹۵	۶/۷۳	۴/۹۱	۶/۷۵	دومین مد جانبی	
۳/۱۹	۳/۰۲	۳/۳۰	۳/۰۵	۳/۶۱	۳/۰۵	۳/۷۶	۳/۰۱	۳/۸۲	سومین مد جانبی	
۲/۶۷	۲/۵۵	۲/۳۱	۲/۰۴	۲/۳۳	۱/۹۲	۲/۵۰	۱/۷۸	۲/۴۲	چهارمین مد جانبی	

جدول (۹): مقادیر حداکثر طیف طبقات قاب ده طبقه

e=0.20		e=0.15		e=0.10		e=0.05		e=0	مدهای جانبی و پیچشی	طبقات
θ_{crit}	$\theta = 0$	θ_{crit}	$\theta = 0$	θ_{crit}	$\theta = 0$	θ_{crit}	$\theta = 0$	θ_{crit}		
۰/۵۸	۰/۳۹	۰/۶۲	۰/۴۲	۰/۷۰	۰/۳۶	۰/۷۲	۰/۳۵	۰/۷۳	اولین مد جانبی	طبقه اول
۰/۹۶	۰/۵۸	۰/۹۲	۰/۵۵	۰/۸۹	۰/۵۲	۰/۸۸	۰/۵۱	۰/۸۷	اولین مد پیچشی	
۲/۳۸	۱/۸۷	۲/۶۳	۲/۲۱	۲/۸۹	۲/۲۱	۲/۹۶	۲/۳۶	۳/۰۳	دومین مد جانبی	
۲/۸۹	۲/۶۳	۳/۱۰	۲/۸۵	۳/۲۶	۲/۹۱	۳/۳۲	۳/۱۳	۳/۲۵	سومین مد جانبی	
۲/۶۴	۱/۴۸	۲/۷۵	۲/۵۳	۲/۹۳	۲/۶۱	۳/۱۰	۲/۶۰	۳/۰۵	چهارمین مد جانبی	
۲/۳۰	۲/۰۶	۲/۴۰	۲/۱۱	۲/۵۲	۲/۱۹	۲/۵۴	۲/۲۰	۲/۵۵	پنجمین مد جانبی	
۰/۹۰	۰/۶۹	۰/۹۶	۰/۷۴	۱/۱۳	۰/۵۹	۱/۱۶	۰/۵۶	۱/۱۶	اولین مد جانبی	طبقه دوم
۰/۹۳	۰/۶۲	۰/۸۶	۰/۵۵	۰/۸۰	۰/۴۹	۰/۷۷	۰/۴۵	۰/۷۷	اولین مد پیچشی	
۳/۳۰	۲/۹۸	۳/۷۴	۳/۵۵	۴/۱۲	۳/۵۹	۴/۱۹	۳/۷۵	۴/۶۶	دومین مد جانبی	
۳/۳۴	۳/۱۳	۳/۶۵	۳/۳۷	۴/۰۰	۳/۶۵	۴/۰۶	۳/۹۳	۴/۰۳	سومین مد جانبی	
۲/۵۹	۲/۳۹	۲/۶۷	۲/۳۶	۲/۸۶	۲/۳۸	۲/۹۵	۲/۴۱	۲/۹۱	چهارمین مد جانبی	
۱/۹۰	۱/۷۱	۲/۰۲	۱/۷۵	۲/۱۶	۱/۸۳	۲/۲۰	۱/۸۵	۲/۱۹	پنجمین مد جانبی	
۱/۲۴	۰/۹۸	۱/۳۲	۱/۰۶	۱/۵۶	۰/۸۲	۱/۶۱	۰/۷۷	۱/۶۱	اولین مد جانبی	طبقه سوم
۰/۹۰	۰/۶۷	۰/۸۰	۰/۵۷	۰/۷۲	۰/۴۵	۰/۶۹	۰/۴۰	۰/۶۹	اولین مد پیچشی	
۴/۱۲	۳/۶۸	۴/۳۷	۴/۲۲	۴/۷۷	۴/۳۷	۴/۸۷	۴/۵۹	۵/۵۵	دومین مد جانبی	
۲/۸۳	۲/۶۲	۳/۰۸	۲/۸۰	۳/۴۰	۳/۰۲	۳/۵۸	۳/۱۶	۳/۴۹	سومین مد جانبی	
۲/۰۴	۱/۷۶	۲/۰۳	۱/۷۰	۲/۰۷	۱/۶۹	۲/۱۶	۱/۶۳	۲/۱۰	چهارمین مد جانبی	
۲/۰۷	۱/۸۴	۲/۱۸	۱/۸۵	۲/۲۹	۱/۸۳	۲/۳۴	۱/۸۸	۲/۳۵	پنجمین مد جانبی	
۱/۵۷	۱/۲۶	۱/۶۶	۱/۳۷	۱/۹۸	۱/۰۴	۲/۰۳	۰/۹۷	۲/۰۳	اولین مد جانبی	طبقه چهارم
۰/۸۸	۰/۷۲	۰/۷۷	۰/۵۹	۰/۶۸	۰/۴۴	۰/۶۷	۰/۳۶	۰/۶۷	اولین مد پیچشی	
۴/۱۶	۳/۷۳	۴/۳۹	۴/۲۷	۴/۶۷	۴/۳۹	۵/۰۶	۴/۶۱	۵/۴۶	دومین مد جانبی	
۱/۵۹	۱/۴۰	۱/۷۴	۱/۴۷	۱/۸۶	۱/۵۲	۱/۹۴	۱/۵۶	۱/۹۷	سومین مد جانبی	
۲/۲۶	۲/۰۷	۲/۵۹	۲/۳۰	۲/۷۵	۲/۳۹	۳/۰۱	۲/۳۲	۲/۸۹	چهارمین مد جانبی	
۱/۷۵	۱/۵۵	۱/۹۵	۱/۵۴	۲/۰۸	۱/۶۰	۲/۱۵	۱/۶۳	۲/۱۱	پنجمین مد جانبی	
۱/۸۷	۱/۵۱	۱/۹۸	۱/۶۴	۲/۳۶	۱/۲۴	۲/۴۱	۱/۱۵	۲/۴۱	اولین مد جانبی	طبقه پنجم
۱/۲۸	۱/۰۶	۰/۹۱	۰/۷۳	۰/۷۲	۰/۴۶	۰/۷۲	۰/۳۷	۰/۷۳	اولین مد پیچشی	
۳/۴۳	۳/۰۸	۳/۶۳	۳/۵۶	۳/۹۷	۳/۵۴	۴/۲۶	۳/۶۶	۴/۴۵	دومین مد جانبی	
۲/۳۴	۲/۰۹	۲/۴۸	۲/۲۴	۲/۶۴	۲/۳۶	۲/۷۷	۲/۴۹	۲/۷۸	سومین مد جانبی	
۲/۰۵	۱/۸۸	۲/۲۹	۲/۰۳	۲/۶۰	۲/۱۱	۲/۷۸	۲/۰۱	۲/۶۶	چهارمین مد جانبی	
۱/۴۹	۱/۳۷	۱/۶۹	۱/۱۹	۱/۸۴	۱/۲۵	۱/۹۹	۱/۳۴	۱/۸۹	پنجمین مد جانبی	

۲/۱۳	۱/۷۴	۲/۲۶	۱/۸۸	۲/۶۹	۱/۴۱	۲/۷۵	۱/۳۰	۲/۷۶	اولین مد جانبی	طبقه ششم
۱/۴۰	۱/۱۹	۱/۰۳	۰/۸۱	۰/۸۳	۰/۵۲	۰/۸۵	۰/۴۴	۰/۸۷	اولین مد پیچشی	
۲/۲۱	۱/۸۷	۲/۳۳	۲/۱۲	۲/۵۱	۲/۰۲	۲/۶۵	۲/۰۶	۲/۷۷	دومین مد جانبی	
۳/۲۱	۳/۰۵	۳/۴۸	۳/۲۵	۳/۷۶	۳/۴۶	۳/۸۴	۳/۷۵	۳/۸۷	سومین مد جانبی	
۱/۳۹	۱/۲۸	۱/۴۲	۱/۲۵	۱/۵۱	۱/۲۸	۱/۸۶	۰/۹۷	۱/۵۹	چهارمین مد جانبی	
۱/۹۶	۱/۸۲	۲/۰۷	۱/۶۱	۲/۱۴	۱/۵۷	۲/۲۳	۱/۵۹	۲/۱۲	پنجمین مد جانبی	
۲/۳۵	۱/۹۲	۲/۴۹	۲/۰۸	۲/۹۶	۱/۵۶	۳/۰۳	۱/۴۳	۳/۰۹	اولین مد جانبی	طبقه هفتم
۱/۵۶	۱/۳۲	۱/۲۱	۰/۹۳	۱/۰۴	۰/۶۳	۱/۰۳	۰/۵۲	۱/۰۵	اولین مد پیچشی	
۰/۹۷	۰/۷۲	۰/۹۲	۰/۶۳	۰/۹۲	۰/۵۶	۰/۹۲	۰/۵۶	۰/۹۶	دومین مد جانبی	
۲/۸۶	۲/۷۱	۳/۱۱	۲/۹۰	۳/۳۵	۳/۰۸	۳/۵۲	۳/۳۰	۳/۴۳	سومین مد جانبی	
۲/۲۷	۲/۱۴	۲/۴۴	۲/۲۴	۲/۶۰	۲/۳۰	۲/۹۷	۲/۱۴	۲/۷۳	چهارمین مد جانبی	
۱/۳۵	۱/۲۴	۱/۶۲	۰/۸۷	۱/۶۵	۰/۷۶	۱/۷۰	۰/۷۴	۱/۴۰	پنجمین مد جانبی	
۲/۵۲	۲/۰۶	۲/۶۷	۲/۲۳	۳/۱۷	۱/۶۷	۳/۲۴	۱/۵۵	۳/۳۵	اولین مد جانبی	طبقه هشتم
۱/۸۴	۱/۴۶	۱/۴۳	۱/۰۶	۱/۱۶	۰/۷۰	۱/۲۱	۰/۶۴	۱/۲۳	اولین مد پیچشی	
۱/۹۲	۱/۷۲	۲/۱۶	۲/۰۸	۲/۳۶	۲/۰۱	۲/۳۹	۲/۱۰	۲/۶۰	دومین مد جانبی	
۱/۲۹	۱/۱۹	۱/۴۱	۱/۲۵	۱/۵۴	۱/۳۲	۱/۶۱	۱/۳۶	۱/۶۷	سومین مد جانبی	
۲/۰۱	۱/۹۰	۲/۲۰	۱/۹۹	۲/۵۹	۲/۰۴	۲/۷۷	۱/۷۴	۲/۵۱	چهارمین مد جانبی	
۱/۷۵	۱/۶۷	۲/۱۳	۱/۴۷	۲/۳۱	۱/۵۱	۲/۳۸	۱/۵۳	۲/۱۸	پنجمین مد جانبی	
۲/۶۳	۲/۱۶	۲/۷۹	۲/۳۴	۳/۳۲	۱/۷۵	۳/۴۰	۱/۶۳	۳/۵۲	اولین مد جانبی	طبقه نهم
۱/۱۶	۱/۱۰	۱/۲۳	۰/۹۴	۱/۳۰	۰/۷۹	۱/۳۶	۰/۷۳	۱/۳۸	اولین مد پیچشی	
۳/۳۴	۳/۰۱	۳/۵۹	۳/۵۰	۳/۹۰	۳/۵۲	۳/۹۹	۳/۷۴	۴/۴۷	دومین مد جانبی	
۱/۷۸	۱/۶۶	۱/۸۶	۱/۶۶	۱/۹۷	۱/۶۸	۲/۰۶	۱/۸۰	۲/۰۹	سومین مد جانبی	
۱/۰۲	۰/۹۱	۱/۰۱	۰/۸۰	۱/۰۶	۰/۷۵	۱/۴۸	۱/۱۸	۱/۱۵	چهارمین مد جانبی	
۱/۱۹	۱/۱۱	۱/۵۵	۰/۳۷	۱/۰۶	۰/۷۵	۱/۴۸	۱/۱۸	۱/۳۰	پنجمین مد جانبی	
۲/۶۹	۲/۲۱	۲/۸۶	۲/۳۹	۳/۳۹	۱/۷۹	۳/۴۹	۱/۶۷	۳/۶۲	اولین مد جانبی	طبقه دهم
۱/۲۳	۱/۱۴	۱/۳۰	۰/۹۹	۱/۳۸	۰/۸۴	۱/۴۴	۰/۷۹	۱/۴۷	اولین مد پیچشی	
۴/۱۶	۳/۷۶	۴/۳۹	۴/۲۳	۴/۶۲	۴/۴۰	۵/۰۳	۴/۵۸	۵/۶۰	دومین مد جانبی	
۳/۳۷	۳/۲۱	۳/۵۳	۳/۲۸	۳/۷۳	۳/۳۷	۳/۸۴	۳/۶۱	۳/۸۵	سومین مد جانبی	
۲/۵۹	۲/۴۹	۲/۵۸	۲/۳۷	۲/۸۳	۲/۳۲	۳/۱۳	۲/۰۷	۲/۸۴	چهارمین مد جانبی	
۱/۷۷	۱/۶۴	۲/۱۱	۱/۳۰	۲/۲۸	۱/۳۷	۲/۳۸	۱/۳۸	۲/۱۴	پنجمین مد جانبی	

۵- نتیجه گیری

روش ارتعاشات پیشا روشی مناسب برای تحلیل سیستم‌های ثانویه است و با کمک آن می‌توان کلیه ویژگیهای آماری پاسخ سیستم ثانویه از جمله تابع چگالی طیفی، تابع خود همبستگی، میانگین مربعات و طیف پاسخ آن را به دست آورد. در تحلیل و طراحی این سیستم‌ها لازم است اثر چند مؤلفه‌ای بودن زلزله در نظر گرفته شود؛ زیرا، در نظر نگرفتن آن می‌تواند خطاهای

۶- مراجع

- 1-Singh, M. P., "Generation of Seismic Floor Spectra", J. Eng. Mech., ASCE, Vol. 101, No. EM5, 1975, 593-607.
- 2-Sharma, A.M., and Singh, M. P., "Direct Generation of Seismic Floor Response Spectra for Classically and Nonclassically Damped Structures", Tech. Rept., Virginia Univ., 1983.
- 3-Sackman, J.L., Derkiureghian, A., and Nour-Omid, B., "Dynamic Analysis of Light Equipment in Structures: Modal Properties of Combined System", J. Eng. Mech., ASCE, Vol. 109, No.1, 1983, 73-89.
- 4-Derkiureghian, A., Sackman, J.L., and Nour-Omid, B., "Dynamic Analysis of Light Equipment in Structures: Response to Stochastic Input", J. Eng. Mech., ASCE, Vol. 109, No. 1, 1983, 90-110.
- 5-Asfura, A., and Derkiureghian, A., "Floor Response Spectrum Method for Seismic Analysis of Multiply Supported Secondary Systems", Eq. Eng. St. Dyn., Vol. 14, 1986, 245-265.
- 6-Burdizzo, R., and Singh, M. P., "Seismic Analysis of Multiply Supported Secondary Systems with Dynamic Interaction Effects", Eq. Eng. Str. Dyn., Vol. 15, 1987, 1005-1022.
- 7-Dey, A., and Gupta, V. K., "Response of Multiply Supported Secondary Systems to Earthquakes in Frequency Domain" Eq. Eng. Str. Dyn., Vol. 27, 1998, 187-201.

بزرگی را در برآورد پاسخ سیستم ثانویه ایجاد نماید؛ بویژه، در مواردی که سازه بلند باشد یا خروج از محوری آن زیاد باشد، یا هم فرکانسی وجود داشته باشد ضروری است زلزله به صورت چند مؤلفه ای در نظر گرفته شود.

پیوست یک، محاسبه ضرایب A_{jo} تا D_{jo}

ضرایب A_{jo} تا D_{jo} از حل دستگاه زیر به دست می آیند:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & r^2 \\ 1 & -2r^2(1-2\xi_j^2) & r^4 & -2r^2(1-2\xi_o^2) \\ -2r^2(1-2\xi_j^2) & r^4 & -2r^4(1-2\xi_o^2) & r^2 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} A_{jo} \\ B_{jo} \\ C_{jo} \\ D_{jo} \end{cases} = \begin{cases} 0 \\ 16\xi_o^2\xi_j^2r^2 \\ 4r^2(\xi_o^2r^2 + \xi_j^2) \\ 1 \end{cases}$$

که در آن $r = \frac{\omega_j}{\omega_o}$ است.

پیوست دو، محاسبه ضرایب A_{jko} تا F_{jko}

ضرایب A_{jko} تا F_{jko} از حل دستگاه زیر به دست می آیند:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & r_j^2 & 0 & r_k^2 \\ 1 & v_j + v_k & r_j^4 & r_j^2(v_o + v_k) & r_k^2 & r_k^2(v_o + v_j) \\ v_j + v_k & r_j^4 + r_k^4 + v_j + v_k & r_j^4(v_o + v_k) & r_j^2(1 + r_k^4 + v_o v_k) & r_k^4(v_o + v_j) & r_k^2(1 + r_j^4 + v_o v_j) \\ r_j^4 + r_k^4 + v_j + v_k & v_k r_j^4 + v_j r_k^4 & r_j^4(1 + r_k^4 + v_o v_k) & r_j^2(v_k + v_o v_k^4) & r_k^4(1 + r_j^4 + v_o v_j) & r_k^2(v_o r_j^4 + v_j) \\ r_j^4 + r_k^4 + v_j & r_j^4 r_k^4 & r_j^4(v_k + v_o r_k^4) & r_j^2 r_k^4 & r_k^4(v_j + v_o r_j^4) & r_j^4 v_k^2 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{cases} A_{jko} \\ B_{jko} \\ C_{jko} \\ D_{jko} \\ E_{jko} \\ F_{jko} \end{cases} = \begin{cases} 0 \\ 16\xi_j\xi_k\xi_o^2r_jr_k \\ -16\xi_j\xi_k\xi_o^2r_jr_k(r_j^2 + r_k^2) \\ -4\xi_j\xi_kr_jr_k(r_j^2 + r_k^2) \\ 4\xi_o^2r_j^4r_k^4 + 8\xi_j\xi_kr_j^3r_k^3 - r_j^2r_k^2(r_j^2 + r_k^2) \\ 1 \end{cases}$$

که در آن:

$$r_j = \frac{\omega_j}{\omega_o} \quad r_k = \frac{\omega_k}{\omega_o}$$

$$v_o = -2(1 - 2\xi_o^2)$$

$$v_j = -2r_j^2(1 - 2\xi_j^2)$$

$$v_k = -2r_k^2(1 - 2\xi_k^2)$$

- 8-Dey, A., and Gupta, V. K., "Stochastic Response of Multiply Supported Secondary Systems in Flexible-Base Structures", *Eq. Eng. Str. Dyn.*, Vol. 28, 1999, 351-369.
- 9-Hsueh, W. J., "Analytical Solution for Frequency Response of Equipment in Laterally Loaded Multistory Buildings", *Eq. Eng. Str. Dyn.*, Vol. 28, 1999, 1051-1060.
- 10-Bernal, D., "A Dynamic Stiffness Formulation for the Analysis of Secondary Systems", *Eq. Eng. Str. Dyn.*, Vol. 28, 1999, 1295-1308.
- 11-Rosenblueth, E. F., "Tall Buildings Under Five-Component Earthquakes", *J. Str. Div.*, ASCE, Vol. 102, No. ST2, 1976, 455-459.
- 12-Castellani, A., and Boffi, G., "On the Rotational Component of Seismic Motion", *Eq. Eng. Str. Dyn.*, Vol. 18, 1989, 785-797.
- 13-Ashtiani, M. G., and Singh, M. P., "Structural Response for Six Correlated Earthquake Components", *Eq. Eng. Str. Dyn.*, Vol. 14, 1986, 103-119.
- 14-Penzien, J., and Watabe, M., "Characteristics of 3-Dimensional Earthquake Ground Motions", *Eq. Eng. Str. Dyn.*, Vol. 3, 1975, 365-373.
- 15-Wilson, E. L., and Button, M. R., "Three-Dimensional Dynamic Analysis for Multi-Component Earthquake Spectra", *Eq. Eng. Str. Dyn.*, Vol. 10, 1982, 471-476.
- 16-Lopez, O. A., and Torres, R., "The Critical Angle of Seismic Incidence and the Maximum Structural Response", *Eq. Eng. Str. Dyn.*, Vol. 26, 1997, 881-894.
- 17-Vanmarcke, E. H. "Seismic Structural Response", Ch. 8. in *Seismic Risk and Decisions*, ed. C. Lomnitz and E. F. Rosenblueth, Elsevier Scientific Publishing, 1976